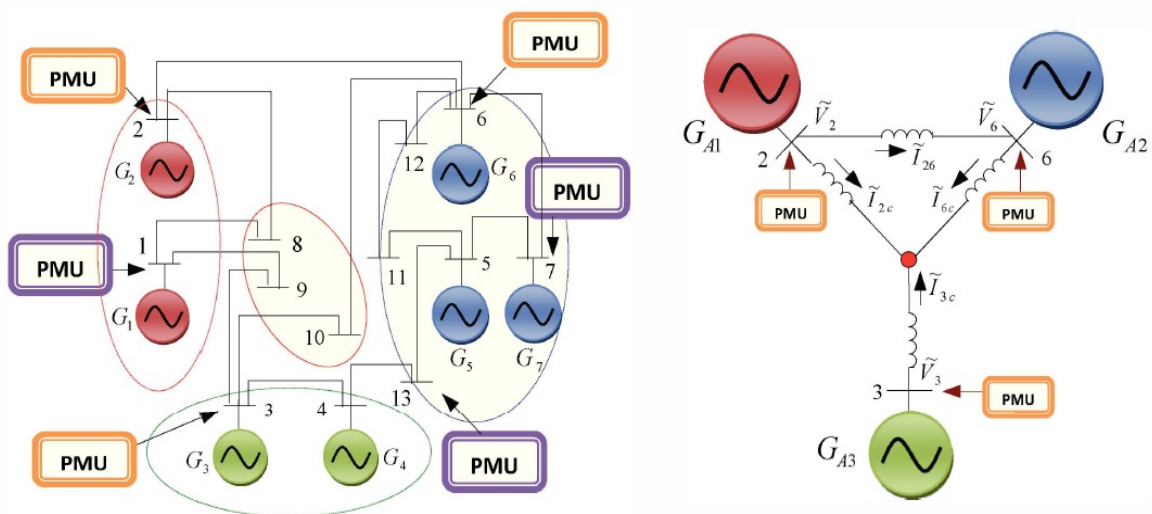


CONTROL DE ÁREA AMPLIA EN SISTEMAS DE POTENCIA USANDO UN CONTROLADOR LINEAL ÓPTIMO



Felipe Gutiérrez Úsuga

CONTROL DE ÁREA AMPLIA EN SISTEMAS DE POTENCIA USANDO UN CONTROLADOR LINEAL ÓPTIMO

Felipe Gutiérrez Úsuga

Trabajo de grado presentado como requisito
parcial para optar al título de
Ingeniero Electricista

Pereira, Marzo de 2016
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
Programa de Ingeniería Eléctrica.



CONTROL DE ÁREA AMPLIA EN SISTEMAS DE POTENCIA USANDO UN CONTROLA-
DOR LINEAL ÓPTIMO

©Felipe Gutiérrez Úsuga

Director: Alejandro Garcés Ruiz

Pereira, Marzo de 2016

Programa de Ingeniería Eléctrica.

Universidad Tecnológica de Pereira

La Julita. Pereira(Colombia)

TEL: (+57)(6)3137122

www.utp.edu.co

Versión web disponible en: *<http://recursosbiblioteca.utp.edu.co/tesisd/index.html>*

*Dedicado a
mis padres.*

Resumen

Este documento muestra la implementación de un controlador óptimo lineal (*linear quadratic regulator* o LQR) en un esquema de control de área amplia utilizando un despliegue masivo de unidades de medición fasorial (*phasor measurement units* o *PMU's*) en el sistema de potencia. Este controlador permite la integración de múltiples sistemas de control local con la finalidad de alcanzar un control más general y, asimismo, un aumento en la seguridad y confiabilidad del sistema.

Se generan varios casos considerando diferentes puntos de operación del sistema, diferentes factores de peso (R, Q) del controlador y algunas contingencias. Se muestra cómo los parámetros del controlador influyen en el tiempo de establecimiento y la magnitud de la señal, e incluso en el tiempo de simulación. Además, se evidencia el desplazamiento de los valores propios hacia el eje real negativo y su relación con la estabilidad del sistema. Estos análisis se realizaron sobre un sistema IEEE de 39 nodos en una plataforma de simulación de sistemas de prueba.

El modelo matemático de la máquina eléctrica utilizado es de segundo orden. Las mediciones de los parámetros del sistema de potencia necesarios para la implementación del controlador se asumen disponibles en tiempo real.

Tabla de Contenido

	II
Resumen	III
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	2
1.2. Justificación	3
1.3. Objetivos	4
1.3.1. General	4
1.3.2. Especificos	4
1.4. Estado del arte	4
1.5. Principales resultados	5
1.6. Estructura del trabajo de grado	5
2. Estabilidad de pequeña señal	6
2.1. Conceptos en estabilidad de sistemas dinámicos	7
2.1.1. Representación en espacio de estados	7
2.1.2. Valores propios	8
2.1.3. Análisis de estabilidad	8
2.1.4. Métodos de estabilidad de Lyapunov	9
2.2. Modelamiento de la máquina síncrona	11
2.2.1. Ecuaciones de oscilación	11
2.2.2. Modelamiento de la turbina	12
3. Control óptimo lineal y control de área amplia	14
3.1. Control de área amplia	14
3.1.1. Unidades de medición sincrofasorial (PMU)	15

3.1.2. Controladores locales	15
3.2. Control lineal óptimo	16
3.2.1. Configuración de realimentación	17
3.2.2. Regulación óptima	17
3.2.3. Retroalimentación de estado en LQR	18
3.3. Aplicación del control óptimo al problema de área amplia	19
4. Resultados	21
4.1. Modelo del sistema	21
4.2. Diferentes factores de peso (R,Q)	23
4.2.1. Caso 1: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0,1$	24
4.2.2. Caso 2: $\gamma_1 = 0,01$ y $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,1$	26
4.2.3. Caso 3: $\gamma_2 = 0,01$ y $\gamma_1 = \gamma_3 = 0,1$	28
4.2.4. Caso 4: $\gamma_3 = 0,01$ y $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,1$	30
4.2.5. Caso 5: $\gamma_1 = 0,1$ y $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,01$	31
4.2.6. Caso 6: $\gamma_2 = 0,1$ y $\gamma_1 = \gamma_3 = 0,01$	33
4.2.7. Caso 7: $\gamma_3 = 0,1$ y $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,01$	35
4.2.8. Caso 8: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0,01$	36
4.3. Diferentes escenarios de carga	38
4.3.1. Caso 9: Aumento en la carga del 25 %	38
4.4. Contingencias	40
4.4.1. Caso 10: Contingencia en la línea 27 y 37	40
5. Conclusiones	43
5.1. Futuros trabajos de investigación	43
A. Sistemas de prueba	45
A.1. Casos 1 al 8	45
A.2. Caso 9	48
B. Códigos de Matlab [®]	49
C. Matrices de realimentación K	56

Capítulo 1

Introducción

La electricidad se ha convertido en un elemento indispensable para la comodidad, supervivencia y desarrollo de la humanidad. Por estas razones, el sistema eléctrico de potencia ha incrementado en importancia, tamaño y complejidad. Este incremento en importancia exige que el sistema sea confiable, seguro y económico, mientras que el incremento en complejidad propone los problemas que deben ser solucionados. Asimismo, la mezcla de estas situaciones nos lleva al sistema eléctrico actual; un sistema que necesita la solución de múltiples problemas para garantizar confiabilidad, seguridad y omnipresencia.

La complejidad de la red se ha incrementado notoriamente en los últimos años debido a la implementación de nuevas tecnologías que permiten una generación alternativa para los lugares inalcanzables por la generación convencional. También existe la necesidad de una mayor autonomía en la red y un menor impacto en el medio ambiente. Estas tecnologías inspiran la creación del concepto de “smart grids” (redes inteligentes), y presentan un nuevo reto en su desarrollo y en la inclusión de éstas al sistema de potencia tradicional.

Con el fin de solucionar los problemas a los que se enfrenta la red eléctrica, innumerables investigaciones se llevan a cabo en diferentes áreas y con diferentes alcances. Uno de los resultados más importantes de las últimas décadas son las unidades de medición fasorial, que permite la recolección y procesamiento de los datos necesarios para conocer el estado del sistema en tiempo real. Además, muchas investigaciones se han hecho últimamente acerca del control, monitoreo y protección de área amplia, ya que se presentan como metodologías interesantes para la solución de múltiples problemas del sistema eléctrico.

Este proyecto busca ser una base en la solución del problema de estabilidad de pequeña señal en las redes eléctricas utilizando un esquema de control de área amplia. De igual manera, certifica el uso de PMU's como elementos importantes en la solución del problema. El modelo matemático y la técnica de control serán implementados en un controlador óptimo lineal.

1.1. Planteamiento del problema

En la actualidad, los sistemas de potencia son supervisados y controlados por medio de tecnologías tradicionales desarrolladas a lo largo de más de cien años. Incluso los sistemas SCADA (Supervisión, Control y Adquisición de Datos) más avanzados siguen utilizando una estructura de comunicación centralizada, lo cual puede ser insuficiente para la detección óptima y mitigación de eventos tales como el apagón del sistema colombiano en 2007 [1]. Debido a esto y otras razones, el término “redes inteligentes” ha venido ganando fuerza en los últimos años, y con él, la aparición de nuevas tecnologías como las unidades de medición fasorial. Estos dispositivos nos han permitido la obtención y comunicación de datos en tiempo real en diferentes ubicaciones en el sistema de potencia, guiando hacia nuevas metodologías para la protección, monitoreo y control de dicho sistema. Con la entrada de las PMU’s en el sistema de potencia, se han desarrollado programas y métodos de análisis de datos que facilitan la interpretación de las medidas y, por consiguiente, la supervisión del estado en que se encuentra el sistema de potencia.

Sin embargo, los esfuerzos realizados para la implementación de metodologías de supervisión han sido considerablemente mayores a los hechos para el uso de estas tecnologías en control. Las PMU’s tienen un alto potencial para ser utilizadas como retroalimentadores de datos y ser una pieza importante en la toma de decisiones en acciones de control automáticas por parte del mismo sistema de potencia. El control de área amplia propone el uso de las PMU’s en una metodología de control más general y eficiente que permita la distribución de acciones y la priorización de procesos, además de una coordinación entre diferentes controladores locales y el ajuste automático de estos controladores.

Evidentemente, alcanzar un sistema de potencia con estas características no es algo fácil. Se presentan múltiples problemas como: la estimación en tiempo real de los parámetros de un sistema en constante cambio, encontrar los modos de oscilación que realmente estén afectando la red, asociar diferentes puntos de generación en una sola área equivalente para un control distribuido, encontrar los parámetros de los generadores equivalentes, autoajustar los controladores para que su ganancia no afecte la estabilidad de tensión del sistema, el retraso en las comunicaciones, entre otros.

1.2. Justificación

En los últimos años, la investigación en las “redes inteligentes” ha venido creciendo poco a poco llegando al estado de convertirse en un criterio omnipresente en el ámbito mundial. El objetivo de las “redes inteligentes” es que los sistemas de potencia se hagan cada vez más autónomos hasta el punto de depender lo mínimo posible de las acciones humanas. Aquí es donde el control de área amplia adquiere una gran importancia y potencial para ser adoptada por los sistemas de potencia actuales, debido a su propuesta de alta confiabilidad, rapidez y autonomía. Lo que hace de la metodología de control de área amplia un concepto verdaderamente interesante es la inclusión que propone entre las nuevas tecnologías en auge y el sistema tradicional de potencia, permitiendo, no solo una ruptura en el paradigma de control convencional de dicho sistema, sino también una potenciación en el desempeño de los elementos que se han venido utilizando a través de los años.

El control de área amplia se ha venido desarrollando, como su nombre indica, en un método de control de estabilidad y rendimiento de la red eléctrica teniendo en cuenta una visión global del sistema. Uno de los principales objetivos es el control desde diferentes puntos del sistema, no solo desde una única central. También, busca incrementar la confiabilidad de la red por medio de la supervisión en tiempo real de la “salud” del sistema y el control inmediato y automático del mismo sistema, basándose en un concepto de división de la red en áreas equivalentes. Vale la pena aclarar que su importancia no solo se basa en lo que pueda ofrecer referente al control, sino que aporta los medios para el apoyo o incluso la solución de diferentes problemas presentes actualmente. Uno de estos problemas es la ubicación precisa de las fallas y perturbaciones en el sistema de potencia [2]. Por otra parte, un estudio reciente muestra como, incluso, un esquema de control de área amplia puede permitir una mayor transferencia de energía a través de redes existentes sin necesidad de la expansión de la misma [3].

Sin embargo, a medida que el concepto de control de área amplia se ha esparcido entre la comunidad energética, ha traído consigo desafíos en el desarrollo e implementación de esta metodología. La estabilidad de frecuencia y tensión se presentan como los principales objetivos que se deben alcanzar, pero existe un reto mayor que se hace necesario sobrepasar para el óptimo desarrollo de cualquier método que se vaya a utilizar para la implementación de el control de área amplia. Este reto son el retraso en las comunicaciones y la manipulación adecuada de una masiva cantidad de datos que están en constante envío y recepción a lo largo de las áreas. La solución se hace difícil porque no solo requiere de algoritmos avanzados que permitan la comprensión de los datos, sino también de un gran y costoso equipamiento entre áreas, en las que pueden haber múltiples operadores de red [4].

Debido a que el concepto de control de área amplia es relativamente nuevo, la mayoría de investigaciones que se han llevado a cabo han sido por medio de simulaciones, y aplicaciones

de mínimo impacto en la red. Por el momento, los resultados han demostrado a la comunidad energética que aún queda mucho trabajo por realizar y que, aunque todavía no sea posible afirmar en qué momento el control de área amplia será una realidad tangible, esta metodología se muestra altamente prometedora.

Para tratar el objetivo principal (estabilidad del sistema de potencia) se utiliza un algoritmo que permita auto-sintonizar los controladores de la manera más óptima para el adecuado funcionamiento del sistema de potencia dependiendo de los datos adquiridos desde cualquier punto de este. Es importante mencionar que, expandiendo este concepto a áreas equivalentes de la red eléctrica, se puede hacer un control más confiable, rápido y eficiente.

1.3. Objetivos

1.3.1. General

Implementar un controlador óptimo para el control de área amplia en sistemas de potencia con ubicación masiva de PMU's sin considerar retraso en las comunicaciones.

1.3.2. Especificos

- Considerar el modelo lineal del sistema de potencia para estabilidad de pequeña señal.
- Analizar las tecnologías de PMU's y su impacto en los sistemas de potencia.
- Estudiar controles óptimos LQR clásicos.
- Implementar el controlador en un sistema IEEE usando Matlab.
- Interpretar resultados con diferentes puntos de operación y factores de peso (R,Q).

1.4. Estado del arte

Desde la aparición de las unidades de medición fasorial (PMU's) se ha venido incrementando el estudio en el potencial y la aplicación de estos dispositivos. Uno de estos estudios es la implementación de estas unidades en la metodología de control de área amplia. Una introducción al problema se muestra en [2], donde se mencionan los objetivos principales del control de área amplia, y los principales problemas a resolver para tener un adecuado desarrollo de esta metodología. Además de estos objetivos iniciales, el control de área amplia

ha sido campo de investigación para ser utilizado como un esquema de incremento en la capacidad de transmisión de energía sin necesidad de expansiones en las redes existentes del sistema de potencia [3].

Estudios propuestos en [5] han sido llevados a cabo en la solución de los problemas básicos utilizando un control lineal óptimo. También se ha utilizado optimización LMI para proponer modelos de estructuras de control de área amplia incluyendo los retardos en el tiempo de envío y recepción en las comunicaciones [6]. Las comunicaciones parecen ser un gran problema, no solo por la cantidad abrumadora de datos que están en constante tráfico, sino por el costo y ubicación de los equipos necesarios para la adecuada manipulación e implementación de los datos. Esfuerzos para la solución de este problema se muestra en [4], donde se decide abarcar el problema de control con el método LQR.

Incluso, se han realizado estudios de cómo un probable esquema de control de área amplia podría afectar en la protección y operación de un sistema de potencia altamente distribuido[7].

1.5. Principales resultados

Se obtiene un controlador óptimo lineal que garantiza la estabilidad del sistema de prueba bajo condiciones de perturbación, aumento de carga y contingencias usando un esquema de control de área amplia. Se implemento en Matlab[®] utilizando la herramienta LQR en un sistema de prueba IEEE39.

1.6. Estructura del trabajo de grado

Este documento se presenta de la siguiente manera. El capítulo 2 presenta los fundamentos básicos en estabilidad de pequeña señal y en el modelado de sistemas de potencia en espacio de estados. En el capítulo 3 se exponen las bases de una metodología de control de área amplia y su vínculo con las PMU's. Además, se evidencia la utilidad de un controlador óptimo lineal en un esquema de control de área amplia. El capítulo 4 está dedicado a los resultados obtenidos por el controlador óptimo lineal en circunstancias anormales en la operación de un sistema de potencia bajo un esquema de control de área amplia. Finalmente, las conclusiones son agrupadas en el capítulo 5.

Capítulo 2

Estabilidad de pequeña señal

La complejidad en la dinámica del sistema eléctrico de potencia permite que el concepto de estabilidad presente múltiples apreciaciones: estabilidad de voltaje, estabilidad de frecuencia, estabilidad angular, estabilidad transitoria, estabilidad de pequeña señal, entre otras. Todos estos conceptos se han venido originando durante años de investigación del sistema eléctrico y se asocian a diferentes aspectos de un conjunto mayor. Por consiguiente, es necesario el análisis de estabilidad de pequeña señal para el entendimiento de las dinámicas inherentes del sistema eléctrico.

La estabilidad de pequeña señal se entiende como la capacidad que tiene el sistema de potencia de mantener sincronismo cuando es sometido a perturbaciones pequeñas. Se consideran pequeñas a las perturbaciones cuyas ecuaciones que describen la respuesta en el sistema pueden ser linealizadas. El tiempo de interés en un estudio de estabilidad de pequeña señal está, generalmente, entre los 10 y 20 segundos después de la perturbación. La inestabilidad que se puede presentar debido a este tipo de disturbio es de dos tipos: un incremento constante en el ángulo del rotor a causa de la falta de torque sincronizante, o un incremento en la amplitud de las oscilaciones del rotor a falta de torque de amortiguamiento. En los sistemas eléctricos actuales, el problema de estabilidad de pequeña señal, usualmente, se presenta por la falta de torque de amortiguamiento. [8]

Las pequeñas variaciones de carga y generación son los continuos causantes de las pequeñas perturbaciones que se presentan en los sistemas eléctricos. Estos disturbios llevan al sistema a nuevos puntos de operación y, a su vez, provocan que la energía almacenada en las piezas rotativas de los generadores interactúen con los campos eléctricos y magnéticos de los capacitores e inductores respectivamente. La interacción entre estas energías se manifiesta en oscilaciones en la red de potencia.

2.1. Conceptos en estabilidad de sistemas dinámicos

2.1.1. Representación en espacio de estados

El estado de un sistema se presenta como la mínima cantidad de información acerca del sistema necesaria para que el posterior comportamiento de éste pueda ser determinado en cualquier instante de tiempo t_0 sin ninguna noción de la entrada antes de t_0 .

Cualquier conjunto de n variables linealmente independientes pueden ser utilizadas para describir el estado del sistema. Éstas son llamadas *variables de estado*; forman el conjunto mínimo de variables que, adjunto las entradas de sistema, otorgan una completa descripción del comportamiento del sistema.

El comportamiento dinámico del sistema puede ser descrito por un conjunto de n ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales de primer orden como se muestra:

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.1)$$

donde n es el orden del sistema y r es el número de entradas. Esto puede ser escrito de la forma:

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (2.2)$$

También estamos interesados en las variables de salida. Éstas pueden ser expresadas en términos de las variables de estado y las variables de entrada de la siguiente forma:

$$\dot{y} = g(x, u, t) \quad (2.3)$$

Finalmente, linealizando la ecuación 2.2 y 2.3 obtenemos

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \quad (2.4)$$

$$y(t) = C \cdot x(t) \quad (2.5)$$

donde

$x(t)$ es el vector de estados de dimensión n .

$y(t)$ es el vector de salidas de dimensión m .

$u(t)$ es el vector de entradas de dimensión r .

A es la matriz de estado o la planta de dimensión $n \times n$.

B es la matriz de control o matriz de entrada de dimensión $n \times r$.

C es la matriz de salida de dimensión $m \times n$. [8]

2.1.2. Valores propios

El cálculo de los valores propios y de los vectores propios de una matriz simétrica tiene gran importancia en las matemáticas y en la ingeniería, entre los que cabe destacar, el problema de la diagonalización de una matriz, el cálculo de los momentos de inercia y de los ejes principales de inercia de un sólido rígido, o de las frecuencias propias de oscilación de un sistema oscilante.

Los valores propios de una matriz están dados por el parámetro escalar λ para el cual existen soluciones diferentes de cero para la ecuación

$$A \cdot \Phi = \lambda \cdot \Phi \quad (2.6)$$

donde

A es la matriz de estado o la planta de dimensión $n \times n$.

Φ es un vector de dimensión $n \times 1$.

Para hallar sus valores propios, la ecuación 2.6 se escribe en la forma

$$(A - \lambda \cdot I) \cdot \Phi = 0 \quad (2.7)$$

Para una solución diferente de cero

$$\det(A - \lambda \cdot I) = 0 \quad (2.8)$$

La expansión del determinante resulta en la *ecuación característica*. Las n soluciones de $\lambda = \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ son los valores propios de A .

Los valores propios pueden ser reales o complejos. Si A es real, los valores propios complejos siempre resultan en pares conjugados.

Matrices similares tienen valores propios similares. También se presenta que los valores propios de una matriz y su transpuesta son los mismos. [8]

2.1.3. Análisis de estabilidad

La estabilidad de un sistema lineal es independiente de su entrada, y el estado de un sistema estable con entrada cero siempre regresará al origen del espacio de estado, independiente de su estado inicial finito.

Por el contrario, la estabilidad de un sistema no lineal depende del tipo y magnitud de la entrada, y el estado inicial. Estos factores deben tenerse en cuenta para la definición de la estabilidad de un sistema no lineal.

En teoría de control, es práctica común clasificar la estabilidad de un sistema no lineal en las siguientes categorías, dependiendo de la región del espacio de estados en la cual el vector de estados oscila:

- Estabilidad local.
- Estabilidad finita.
- Estabilidad global.

Se dice que hay *estabilidad local* referente a un punto de equilibrio en un sistema si, cuando el sistema es sometido a una pequeña perturbación, este permanece dentro de una pequeña región alrededor del punto de equilibrio.

Si, a medida que t aumenta, el sistema regresa al estado original, se dice que es *asintóticamente estable*.

Las condiciones de la estabilidad local pueden ser estudiadas al linealizar las ecuaciones de un sistema no lineal referente a un punto de equilibrio determinado.

Si el estado del sistema permanece dentro de una región finita R , se dice que es estable en R . Si, eventualmente, el estado del sistema regresa al punto de equilibrio original desde cualquier punto dentro de R , es asintóticamente estable dentro de la región finita de R .

Finalmente, se dice que existe *estabilidad global* si R incluye el todo el espacio finito. [8]

2.1.4. Métodos de estabilidad de Lyapunov

El primer método de Lyapunov plantea que la estabilidad local de un sistema no lineal está dada por las raíces de la ecuación característica del sistema, es decir, por los valores propios de A :

- Cuando los valores propios tienen parte real negativa, el sistema es asintóticamente estable.
- Cuando al menos uno de los valores propios tiene parte real positiva, el sistema es inestable.
- Cuando los valores propios tienen parte real igual a cero, el criterio no puede decidir.

La estabilidad global puede ser estudiada por soluciones explícitas de las ecuaciones diferenciales no lineales usando computadoras.

Un método que no necesita de soluciones explícitas de las ecuaciones diferenciales no lineales es el método directo de Lyapunov.[8]

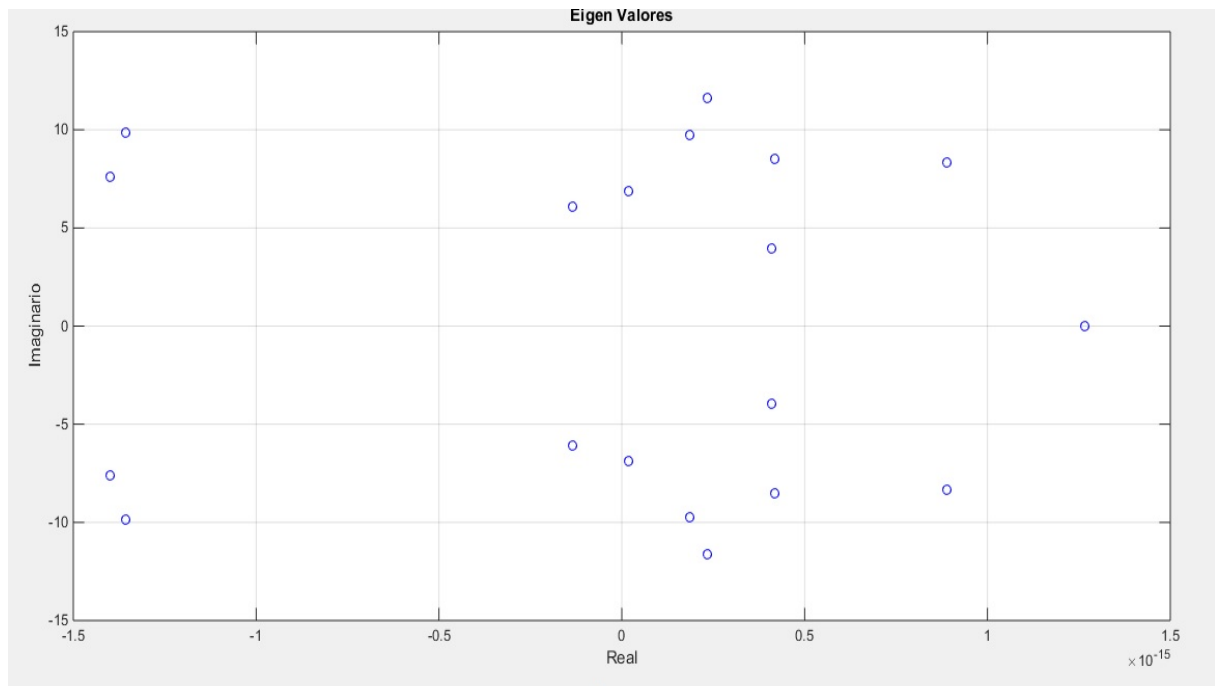


Figura 2.1: Valores propios del sistema de prueba IEE39.

El segundo método intenta determinar la estabilidad directamente al usar funciones adecuadas, las cuales están definidas en el espacio de estados. El signo de la función de Lyapunov y el de su derivada respecto a las ecuaciones de estado del sistema son considerados.

El equilibrio en la ecuación 2.2 es estable si existe una función definida positiva $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ tal que su derivada total \dot{V} respecto a la ecuación 2.2 es no positiva.

El equilibrio en la ecuación 2.2 es asintóticamente estable si existe una función definida positiva $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ tal que su derivada total \dot{V} respecto a la ecuación 2.2 es definida negativa.

El sistema es estable en esa región en la cual \dot{V} es negativa semidefinida, y asintóticamente estable si \dot{V} es definida negativa. [8]

2.2. Modelamiento de la máquina síncrona

El modelamiento de la máquina síncrona consiste en el conjunto de ecuaciones matemáticas que permiten el entendimiento y estudio de los fenómenos físicos que rigen el comportamiento de los generadores eléctricos. Dependiendo del tipo de análisis, el modelo matemático se expresará en ecuaciones relacionadas a la dinámica de la máquina bajo los fenómenos físicos de interés. En estabilidad de sistemas de potencia, las ecuaciones de mayor importancia son las ecuaciones de inercia rotacional que describen el efecto del desbalance entre el torque electromagnético y el torque mecánico de la máquina síncrona.

2.2.1. Ecuaciones de oscilación

En [9] se puede estudiar la demostración completa de cómo el acople mecánico entre el eje de la turbina y el eje del rotor del generador puede ser descrito por las siguientes ecuaciones:

$$M \frac{d\Delta\omega}{dt} = P_m - P_e - D\Delta\omega \quad (2.9)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \Delta\omega \quad (2.10)$$

donde

M es el coeficiente de inercia.

P_m es la potencia mecánica.

P_e es la potencia eléctrica.

D es el coeficiente de amortiguamiento.

ω es la velocidad del rotor.

δ es la posición angular del rotor.

Ecuaciones 2.9 y 2.10 son comúnmente conocidas como *swing equations* (ecuaciones de oscilación). La máquina puede representarse por medio de más ecuaciones de oscilación, pero para efectos de este estudio nos limitaremos las anteriormente presentadas.

Vale la pena observar que la potencia eléctrica no es una función lineal de δ . Sin embargo, el flujo de carga permite realizar una linealización de la potencia eléctrica.

$$\Delta P_e = H \Delta \delta \quad (2.11)$$

Reemplazando la ecuación 2.11 en 2.9 y presentándolas en forma matricial con la ecuación 2.10 obtenemos:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\delta} \\ \Delta \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-H}{M} & \frac{-D}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} [P_m] \quad (2.12)$$

Este modelo puede representar adecuadamente pequeñas variaciones en la demanda o la generación, por eso, se conoce como estabilidad de pequeña señal.

2.2.2. Modelamiento de la turbina

La turbina es un elemento simple que utiliza fluidos para producir energía eléctrica. El fluido provoca que un eje se mueva atravesando unas aspas montadas sobre este eje. La energía producida por la rotación del eje es utilizada por el generador que convierte el movimiento en energía eléctrica utilizando un campo magnético. En pocas palabras, suministra la potencia mecánica de entrada del generador eléctrico.

En la figura [referencia de figura] se muestra el diagrama de bloques de una turbina presentada en un modelo simplificado, donde T es la constante de tiempo del gobernador de velocidad y U es la señal de entrada.

El modelo de la turbina matemáticamente se presenta de la siguiente forma:

$$u\left(\frac{1}{TS+1}\right) = P_m$$

$$u - P_m = P_m \cdot TS$$

$$u - P_m = \dot{P}_m \cdot T$$

$$\dot{P}_m = -\frac{1}{T}P_m + \frac{1}{T}u \quad (2.13)$$

Agregando la ecuación 2.13 a la ecuación matricial 2.12 obtenemos:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\delta} \\ \Delta\dot{\omega} \\ \Delta\dot{P}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{-H}{M} & \frac{-D}{M} & \frac{1}{M} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\omega \\ \Delta\dot{P}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T} \end{bmatrix} [\Delta U] \quad (2.14)$$

La señal de control ΔU puede ser considerada físicamente como la apertura de la válvula del inyector en el caso de una turbina Pelton o la variación de los álabes del estator en el caso de una turbina Francis. Efectos adicionales del gobernador de velocidad, la válvula o el ge pueden ser incluidos. Sin embargo, este modelo es suficiente para mostrar los principales efectos del control propuesto.

Capítulo 3

Control óptimo lineal y control de área amplia

3.1. Control de área amplia

La idea principal detrás del concepto de control de área amplia de sistemas de potencia es desarrollar diseños de control, ya sea en una arquitectura centralizada o distribuida, sobre áreas equivalentes a lo largo de la red que permita que la estabilidad y desempeño en lazo cerrado del sistema se asegure en un nivel mayor de integración.

El objetivo es alcanzar una metodología de control de mayor escala que los métodos locales de control actual.

El control de área amplia tiene una potencial aplicación para resolver 3 problemas en específico: amortiguamiento de las oscilaciones en el sistema de potencia, estabilidad de tensión y localización de perturbaciones [2]. Sin embargo, a medida que avanzan las investigaciones, crecen las aplicaciones para los esquemas de control de área amplia.

Las PMU's tienen una responsabilidad prioritaria en los esquemas de supervisión de área amplia ya que son los agentes encargados de la recolección y transmisión de los datos que permiten el conocimiento del estado del sistema en tiempo real. La intención del control de área amplia es utilizar estos dispositivos para que el sistema de potencia desarrolle una autonomía de control, es decir, tome acciones de control óptimas de manera automática, y con la menor intervención humana posible.

3.1.1. Unidades de medición sincrofasorial (PMU)

La posibilidad de determinar los fasores a lo largo del sistema de distribución de energía en un momento dado abre una puerta a la solución de muchos problemas. En el futuro, por lo tanto, uno de los componentes fundamentales en los sistemas de las compañías eléctricas serán las unidades PMU para la medición de fasores.

Las unidades PMU dependen de una señal de tiempo GPS para realizar un marcado de tiempo sumamente preciso de la información del sistema de distribución de energía. Un receptor de satélite GPS proporciona un impulso de sincronización preciso, en correlación con las entradas de tensión e intensidad muestreadas; en general se trata de las tensiones trifásicas en una subestación y de las intensidades de las líneas, transformadores y cargas que finalizan en la subestación. A partir de estas muestras de datos, se calculan las tensiones e intensidades de secuencia positiva y se marcan en el tiempo, asignándoles permanentemente el microsegundo exacto en que se ha hecho la medición de los fasores. El dispositivo prepara un mensaje con la marca de tiempo y los datos del fasor en un formato definido en la norma IEEE 1344, de modo que puede transmitirse a un lugar distante a través de cualquier enlace de comunicaciones que se encuentre disponible. Los datos de secuencia positiva de los fasores de todas las subestaciones provistas de dichos dispositivos se centralizan en un lugar apropiado utilizando un concentrador de datos o se intercambian entre unidades locales para realizar las aplicaciones de protección/control. [10]

La recopilación y comprobación de estas mediciones proporciona una base adecuada para crear nuevas y potentes técnicas de supervisión, protección y control de las redes de distribución de energía.

3.1.2. Controladores locales

Entre los dispositivos controlables instalados por las compañías eléctricas se encuentran los estabilizadores de sistemas de distribución, los compensadores estáticos de energía reactiva (SVC), los enlaces HVDC, los controladores universales de flujo de energía, etc. Estos controladores han sido diseñados para optimizar las funciones de control definidas como objetivo. Por ejemplo, un estabilizador de redes eléctricas puede estar encargado de atenuar las oscilaciones electromecánicas de la red. El objetivo de un controlador SVC puede ser mejorar el perfil de la tensión en determinadas barras críticas de la red. En todos los casos los controladores utilizan como realimentación señales derivadas localmente. Puesto que, frecuentemente, el fenómeno por controlar se define en términos de las variables generales del sistema, los controladores actuales dependen de un modelo matemático del proceso de control, de la dinámica del sistema y de la relación entre las variables locales y el estado del

sistema.

Las mediciones sincronizadas de fasores ofrecen una oportunidad única para llevar al controlador las mediciones del vector de estado del sistema, eliminando así el bucle de control de la incertidumbre propia del modelo matemático. Así, el controlador implementado se basa principalmente en la realimentación y menos en los modelos. [8]

3.2. Control lineal óptimo

El control óptimo es una rama en particular del control clásico que provee diseños analíticos de una temática en especial. El sistema que es el resultado final de un diseño óptimo no se supone que sea netamente estable, que tenga una cierta tolerancia, o que satisfaga cualquiera de las constantes deseadas en el control clásico, pero es el mejor sistema posible de un tipo en particular, de ahí, la palabra “óptimo”. Si es óptimo y posee una cantidad de propiedades que el control clásico define como deseadas, mucho mejor.

El control lineal óptimo es un tipo especial de control óptimo. La planta que se controla se supone lineal y el controlador es exigido para ser lineal. Eso implica que la salida del control óptimo dependa linealmente de la entrada, la cual consiste en cantidades derivadas de mediciones tomadas de la planta.

¿Por qué es importante el control lineal óptimo? Algunas justificaciones pueden ser expuestas, por ejemplo, muchas plantas son lineales y necesitan ser controladas; un control lineal es fácil de implementar físicamente y, generalmente, suficiente.

Otras ventajas del control lineal óptimo se mencionan. [11]

- Muchos problemas de control óptimo no tienen solución computacional, o requieren un gran esfuerzo computacional. Por el contrario, los problemas de control lineal óptimo tienen fácil solución computacional.
- Los resultados del control lineal óptimo pueden ser aplicados a sistemas no-lineales operando con fundamentos de pequeña señal.
- Los procedimientos computacionales requeridos para diseños óptimos lineales con frecuencia pueden ser extendidos problemas no-lineales.
- El control lineal óptimo posee un número de propiedades, más allá de la simple optimalidad, que el control clásico propone son importantes.

3.2.1. Configuración de realimentación

En esta configuración, el modelo de espacio de estados del proceso es de la forma

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \quad y = C \cdot x \quad z = G \cdot x + H \cdot u \quad (3.1)$$

y tiene dos salidas diferentes:

1. La *salida medida* $y(t)$ corresponde a la señal que puede ser medida y, por ende, disponible para ser controlada.
2. La *salida controlada* $z(t)$ corresponde a la señal que se quiere minimizar tanto como sea posible en el menor tiempo posible.

Algunas veces $z(t) = y(t)$, lo que significa que nuestro objetivo de control es hacer toda la salidad medida muy pequeña. [12]

3.2.2. Regulación óptima

El problema de la regulación óptima se define como sigue: Encontrar la entrada de control $u(t), t \in [0, \infty)$ que permite que el siguiente criterio sea los más pequeño posible

$$J_{LQR} := \int_0^\infty \|z(t)\|^2 + \rho \|u(t)\|^2 dt \quad (3.2)$$

donde ρ es una constante positiva. El término

$$\int_0^\infty \|z(t)\|^2 dt$$

corresponde a la energía de la salida controlada, y el término

$$\int_0^\infty \|u(t)\|^2 dt$$

corresponde a la energía de la señal de control. En el control óptimo lineal se busca un controlador que minimice ambas energías. Sin embargo, reducir la energía de la salida controlada requerirá de una señal grande de control y una señal de control pequeña está relacionada con una salida controlada muy grande. La función de la constante ρ es establecer un balance entre estos dos objetivos en conflicto:

1. Cuando se elige un ρ muy grande, la manera más efectiva de reducir J_{LQR} es usar un control pequeño, a expensas de una salida controlada grande.
2. Cuando se escoge un ρ muy pequeño, la manera más efectiva de reducir J_{LQR} es obtener una salida controlada pequeña, incluso si es alcanzada a expensas de una señal de control grande. [12]

A menudo, el problema de LQR se define de manera más general y consiste en encontrar la entrada de control que minimice

$$J_{LQR} := \int_0^\infty z(t)' \bar{Q} z(t) + \rho u'(t) \bar{R} u(t) dt \quad (3.3)$$

donde $Q \in \mathbb{R}^{l \times l}$ y $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ son matrices simétricas positivas definidas, y ρ una constante positiva.

Se considerará la forma más general de un criterio cuadrático, el cual es

$$J := \int_0^\infty x(t)' Q x(t) + u'(t) R u(t) + 2x'(t) N u(t) dt \quad (3.4)$$

Debido a que $z = Gx + Hu$, el criterio en 3.2 es una forma especial de 3.4 con

$$Q = G'G, \quad R = H'H + \rho I, \quad N = G'H$$

3.2.3. Retroalimentación de estado en LQR

En la retroalimentación de estado en el problema de LQR, se asume que todo el estado x puede ser medido y, por consiguiente, disponible para control.

Solución al problema de retroalimentación de estado en LQR. La retroalimentación en un controlador óptimo lineal es una matriz de ganancia de la forma

$$u = -Kx \quad (3.5)$$

donde K es la matriz de dimensión $m \times n$ dada por

$$K = (H'QH + \rho R)^{-1}(B'P + H'QG) \quad (3.6)$$

y P es la solución única definida positiva de la siguiente ecuación

$$A'P + PA + G'QG - (PB + G'QH)(H'QH + \rho R)^{-1}(B'P + H'QG) = 0, \quad (3.7)$$

conocida como la *ecuación algebraica de Ricatti (ARE)*. [12]

3.3. Aplicación del control óptimo al problema de área amplia

La figura 3.1 muestra un esquema general del control propuesto en este documento. Existe un grupo determinado de generadores que aportan la información que necesita el controlador óptimo lineal para la búsqueda de la matriz K que garantiza la estabilidad del sistema. Es decir, las *PMU's* recolectan las medidas de las variables de estado ($\Delta\delta$, $\Delta\omega$ y ΔP_m) de los generadores y las envían hacia el controlador óptimo lineal. Basado en estas medidas, el controlador óptimo lineal por medio de un algoritmo *LQR* encuentra una matriz de realimentación K que garantiza la estabilidad del sistema bajo las condiciones presentadas en ese momento. Esta estabilidad es alcanzada debido a la retroalimentación de las variables U que le permite a los generadores responder rápidamente ante las condiciones actuales del sistema.

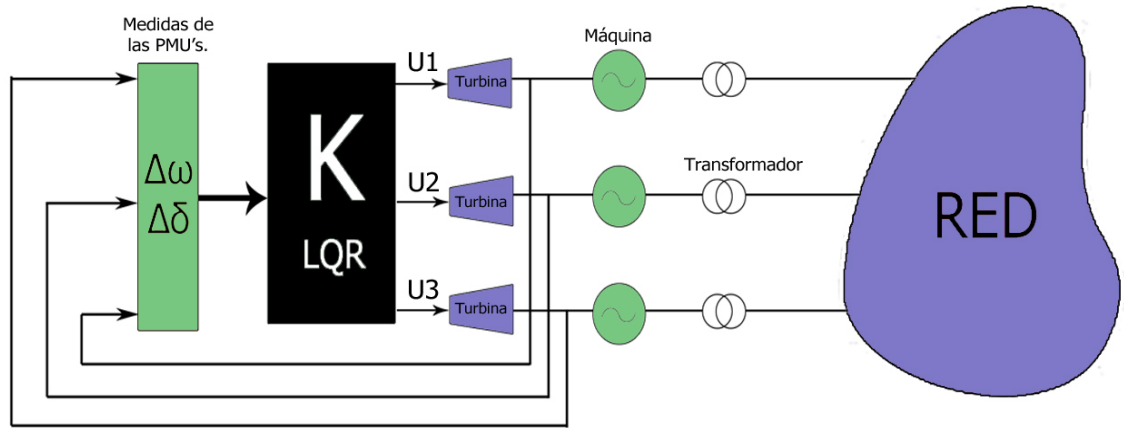


Figura 3.1: Esquema general de control

Vale la pena remarcar que se asumen la capacidad de las *PMU's* en obtener todas las medidas necesarias para el control. Además, el retraso en las comunicaciones está siendo omitido.

Capítulo 4

Resultados

Se presentará inicialmente el procedimiento desarrollado para encontrar el modelo del sistema que se utiliza para las pruebas. Posteriormente, se exhibirán y analizarán los resultados obtenidos por el controlador para diferentes escenarios de carga, diferentes factores de peso (H,Q) del controlador y algunas contingencias. Asimismo, se estudiará el comportamiento de los valores propios y la estabilidad del sistema.

4.1. Modelo del sistema

El modelo del sistema consiste básicamente en convertir la red que va a ser estudiada en una representación de espacio de estados para facilidad en el estudio y análisis. Para este trabajo en particular, se utilizara un sistema IEEE de 39 nodos como sistema de prueba.

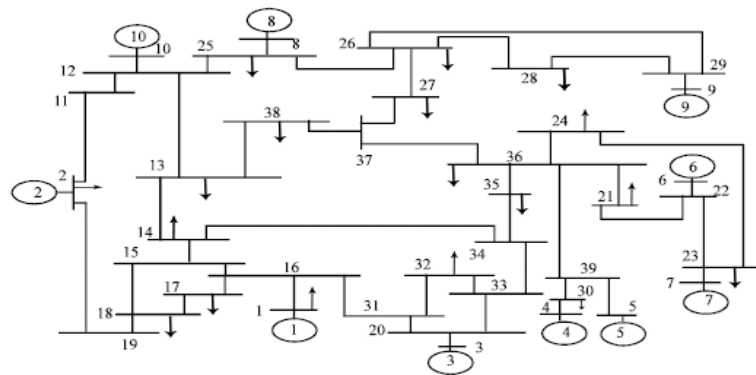


Figura 4.1: Sistema de prueba IEEE de 39 nodos

El modelamiento del sistema comienza con la inclusión de las inductancias transitorias de los generadores dentro de la Y_{BUS} del sistema y la creación de nuevos nodos entre la tensión interna del generador y las inductancias transitorias. Paso seguido, se procede a calcular las tensiones internas de los generadores al aplicar una ley de Ohm utilizando las tensiones nodales, las inductancias transitorias y la corriente que asociada a esta inductancia. Vale la pena aclarar que, para efectos de este estudio, las tensiones nodales son entregadas por un flujo de potencia. Sin embargo, la intención del control de área amplia es que estos valores sean entregados por las PMU's.

Después, se modelan las cargas como impedancias y también se incluyen en la Y_{BUS} del sistema. Una vez hecho todo este procedimiento, se llega a una de las partes más importantes del proceso que es la reducción de Kron. La reducción de Kron permite que el número de nodos del sistema sea reducido al número total de generadores presentes en la red, asegurando que los nodos pasivos no agreguen ecuaciones innecesarias en el estudio de estabilidad de los generadores. Sin embargo, la eliminación de los nodos pasivos no significa una omisión en la información del sistema de potencia; toda esta información se encuentra incluida en la Y_{BUS} al añadir las inductancias transitorias y las cargas como impedancias.

Finalmente, es menester encontrar la matriz de potencias eléctricas (H) asociada a esta nueva Y_{BUS} resultante de la reducción de Kron.

El modelo matemático del sistema, después de la reducción de Kron, se presenta así:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Delta \dot{\delta}_1 \\ \vdots \\ \Delta \dot{\delta}_9 \\ \Delta \dot{\omega}_1 \\ \vdots \\ \Delta \dot{\omega}_{10} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{9 \times 9} & \begin{bmatrix} I \\ \\ \\ I \cdot \frac{-D}{M} \end{bmatrix}_{9 \times 9} & \begin{bmatrix} -1 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix}_{9 \times 1} \\ \begin{bmatrix} \frac{-H}{M} \end{bmatrix}_{10 \times 9} & \begin{bmatrix} I \cdot \frac{-D}{M} \end{bmatrix}_{10 \times 10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \vdots \\ \Delta \delta_9 \\ \Delta \omega_1 \\ \vdots \\ \Delta \omega_{10} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{9 \times 10} \\ \begin{bmatrix} I \cdot \frac{1}{M} \end{bmatrix}_{10 \times 10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Pm_1 \\ \vdots \\ Pm_{10} \end{bmatrix} \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

Finalmente, al agregar el modelo matemático de la turbina la representación matricial se evidencia de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \Delta\dot{\delta}_1 \\ \vdots \\ \Delta\dot{\delta}_9 \\ \Delta\dot{\omega}_1 \\ \vdots \\ \Delta\dot{\omega}_{10} \\ Pm_1 \\ \vdots \\ Pm_{10} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{9 \times 9} & \begin{bmatrix} I \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix}_{9 \times 9} & \begin{bmatrix} -1 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix}_{9 \times 1} & \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{9 \times 10} \\ \begin{bmatrix} -H \\ M \end{bmatrix}_{10 \times 9} & \begin{bmatrix} I & -\frac{D}{M} \end{bmatrix}_{10 \times 10} & \begin{bmatrix} I \cdot \frac{1}{M} \end{bmatrix}_{10 \times 10} & \\ \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{10 \times 19} & & \begin{bmatrix} I \cdot \frac{-1}{T} \end{bmatrix}_{10 \times 10} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_1 \\ \vdots \\ \Delta\delta_9 \\ \Delta\omega_1 \\ \vdots \\ \Delta\omega_{10} \\ Pm_1 \\ \vdots \\ Pm_{10} \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{19 \times 10} & \begin{bmatrix} I \cdot \frac{1}{T} \end{bmatrix}_{10 \times 10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_{10} \end{bmatrix} \quad (4.2)
\end{aligned}$$

Con el modelo completo, lo siguiente es hallar la matriz de ganancia K que permite garantizar la estabilidad del sistema. La matriz de ganancia se puede hallar con múltiples métodos de optimización, pero, como ha sido mencionado anteriormente, se utilizará un controlador óptimo lineal.

4.2. Diferentes factores de peso (R,Q)

Como ha sido mencionado anteriormente, el sistema de pruebas que será utilizado en este trabajo de grado es el sistema IEEE de 39 nodos mejor conocido como el sistema de potencia de Nueva Inglaterra (*New-England power system*). Para el análisis básico de estabilidad, se utilizará el primer método de Lyapunov para evidenciar el desplazamiento de los polos del sistema. Además, se hará un análisis de la respuesta en el tiempo en cada uno de los casos con el fin de observar cuál ajuste de los parámetros del controlador ofrece mejores prestaciones.

Para el análisis de respuesta en el tiempo de las señales controladas, solamente se presentarán los resultados de un generador. Esto se debe a que la muestra de las respuestas de los diez generadores no permitiría una visual adecuada de los resultados. De igual forma, el comportamiento de los diez generadores es similar.

Para la presentación de las señales de control, se presentarán las diez señales de control referentes a los diez generadores. Esta vez se tendrán en cuenta las diez señales debido a que algunas presentan un comportamiento notoriamente diferente al resto.

Como es sabido, los valores pequeños de la matriz R repercuten en una respuesta más rápida, y los valores grandes de la matriz Q permiten un menor sobrepaso. Teniendo esto en cuenta, se establecerá un valor fijo (pequeño) para la matriz R y valores variables para la matriz Q de la siguiente manera:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot 0,00001$$

$$Q = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} I \cdot \gamma_1 \\ 0 \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots 0 \end{bmatrix}_{9 \times 9} & \begin{bmatrix} 0 \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots 0 \end{bmatrix}_{9 \times 10} & \begin{bmatrix} 0 \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots 0 \end{bmatrix}_{9 \times 10} \\ \begin{bmatrix} 0 \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots 0 \end{bmatrix}_{9 \times 10} & \begin{bmatrix} I \cdot \gamma_2 \\ 0 \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots 0 \end{bmatrix}_{9 \times 9} & \begin{bmatrix} 0 \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots 0 \end{bmatrix}_{9 \times 10} \\ \begin{bmatrix} 0 \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots 0 \end{bmatrix}_{9 \times 10} & \begin{bmatrix} 0 \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots 0 \end{bmatrix}_{9 \times 10} & \begin{bmatrix} I \cdot \gamma_3 \\ 0 \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots 0 \end{bmatrix}_{9 \times 9} \end{bmatrix}_{29 \times 29}$$

4.2.1. Caso 1: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0,1$

Se halla una matriz de realimentación K con los valores anteriormente establecidos de las matrices R y Q . Esta matriz K , como se evidencia, garantiza la estabilidad del sistema al desplazar los polos en dirección del eje real negativo y alejándose del eje imaginario.

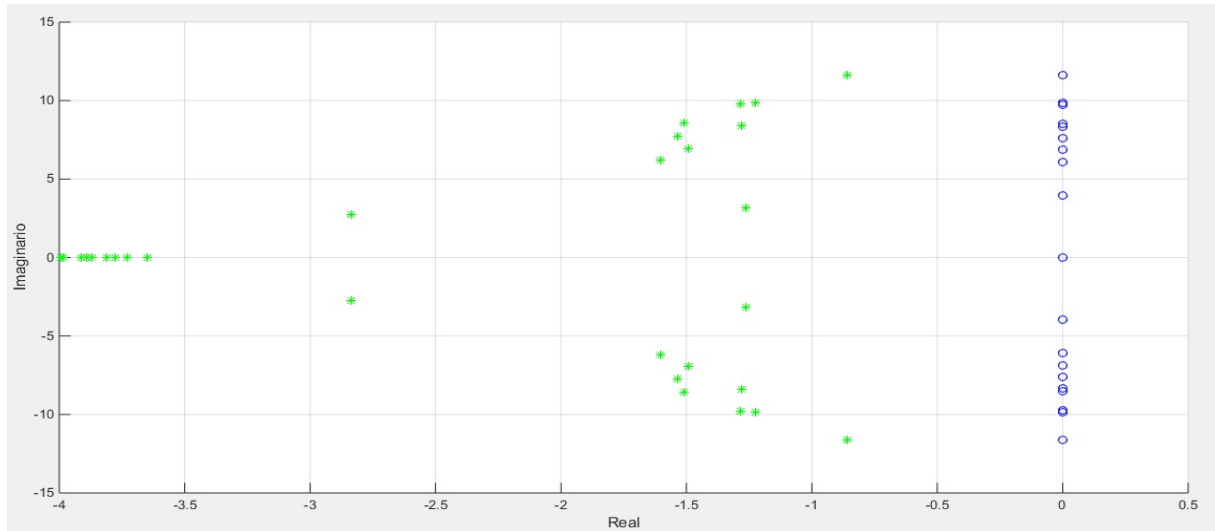


Figura 4.2: Valores propios en el caso 1. Azul: Sistema sin control. Verde: Sistema controlado

Al analizar las respuestas en el tiempo de las variables de estado, las señales se establecen en un tiempo relativamente corto y presentan un *overshoot* pequeño. Sin embargo, como se ha mencionado antes, una señal controlada pequeña implica una señal de control grande. La señal de control se puede observar en la figura 4.4.

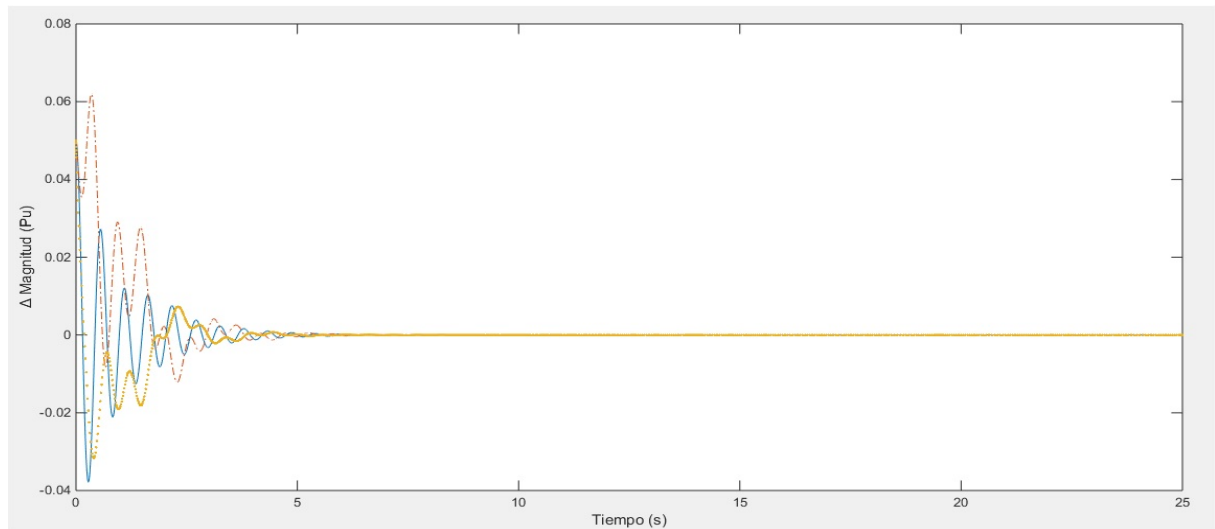


Figura 4.3: Señales controladas en el caso 1. Azul: Ángulo del rotor. Roja: Velocidad angular. Amarilla: Potencia mecánica

Para las señales de control, prestaremos especial atención a la señal amarilla y la señal azul que son las que presentan una mayor magnitud y mayor tiempo de establecimiento.

La matriz K que realimenta este sistema se puede encontrar en el apéndice C (tabla C.1)
 Tiempo de simulación = 32 s.

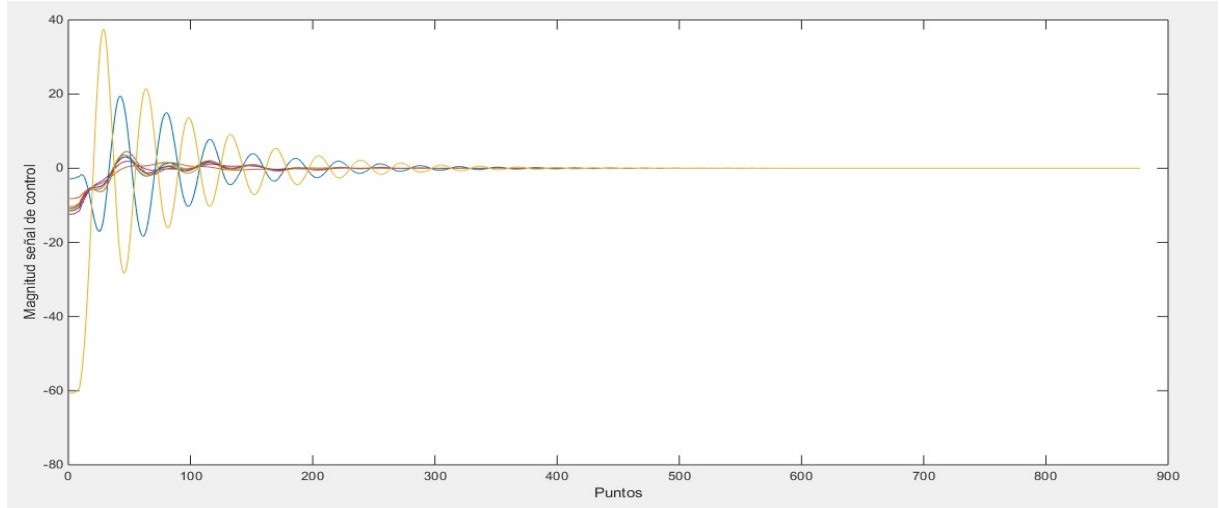


Figura 4.4: Señales de control en el caso 1.

4.2.2. Caso 2: $\gamma_1 = 0,01$ y $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,1$

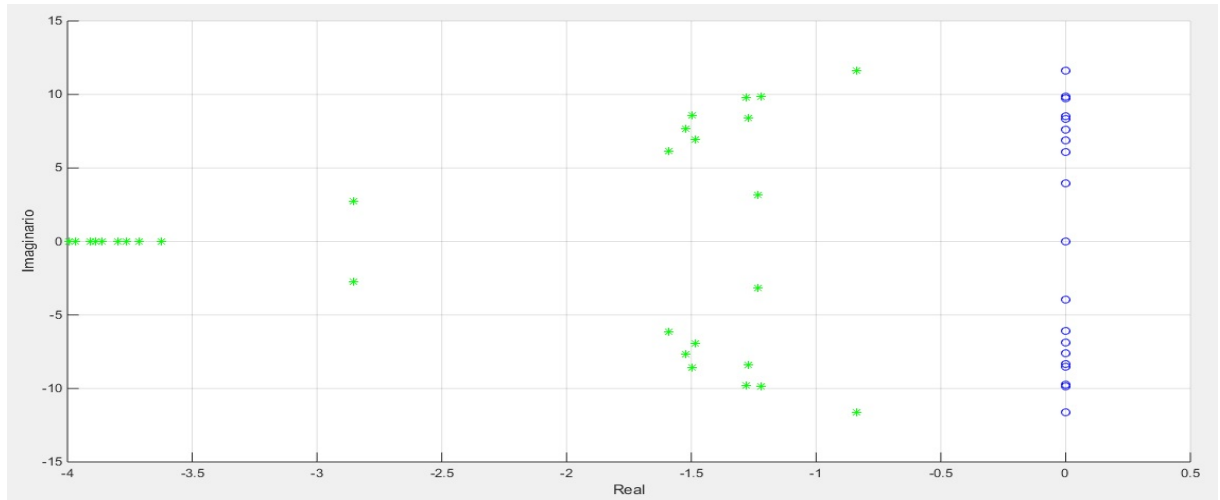


Figura 4.5: Valores propios en el caso 2.

Se encuentra una nueva matriz K con esta configuración de parámetros. En comparación con el caso anterior, los valores propios se desplazan hacia el eje imaginario una distancia casi nula. Este pequeño desplazamiento, por supuesto, no supone una amenaza en la estabilidad del sistema.

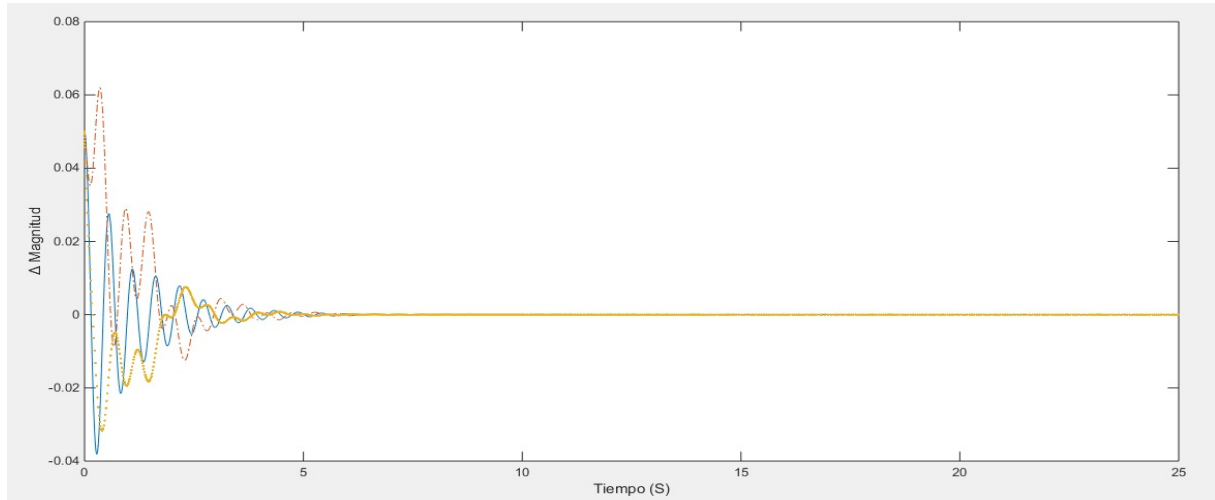


Figura 4.6: Señales controladas en el caso 2.

Las respuestas en el tiempo para las señales controladas y las señales de control presentan un comportamiento similar al del caso anterior.

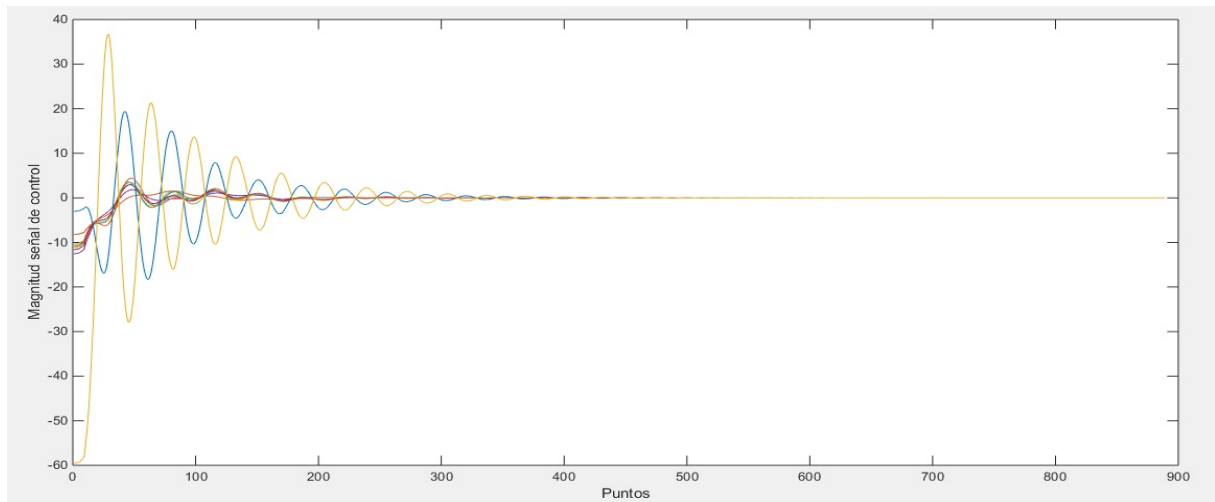


Figura 4.7: Señales de control en el caso 2.

La matriz K en para este caso puede ser encontrada en el apéndice C (tabla C.2)
 Tiempo de simulación = 32,6 s.

4.2.3. Caso 3: $\gamma_2 = 0,01$ y $\gamma_1 = \gamma_3 = 0,1$

En este caso, es notorio como los valores propios referentes a la nueva matriz K se desplazan hacia el eje imaginario una distancia mayor en comparación con los casos anteriores. A pesar de esto, el sistema no pone en riesgo su estabilidad ya que, por mucho que se desplazan, no alcanza a llegar al eje imaginario.

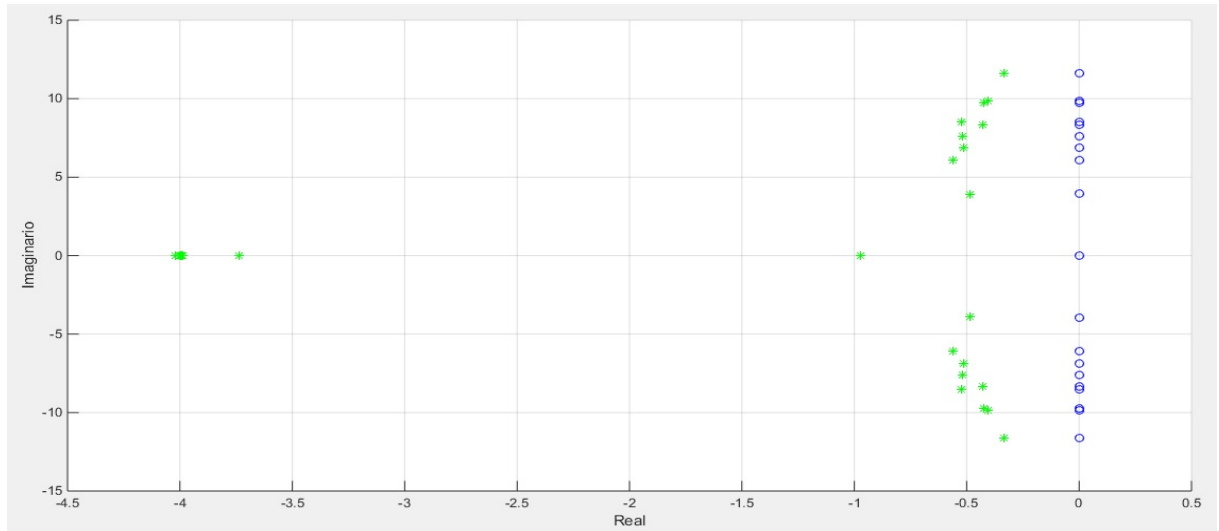


Figura 4.8: Valores propios en el caso 3.

A pesar de que el sistema sigue siendo estable, este desplazamiento de los valores propios repercute en un mayor *overshoot* y un mayor tiempo de establecimiento de las señales controladas tomando como referencia los casos anteriores. El *overshoot* casi llega a ser dos veces mayor y el tiempo de establecimiento es cerca de tres veces mayor. Sin embargo, las señales de control disminuyen su magnitud casi tres veces, aunque el tiempo de establecimiento es un poco mayor.

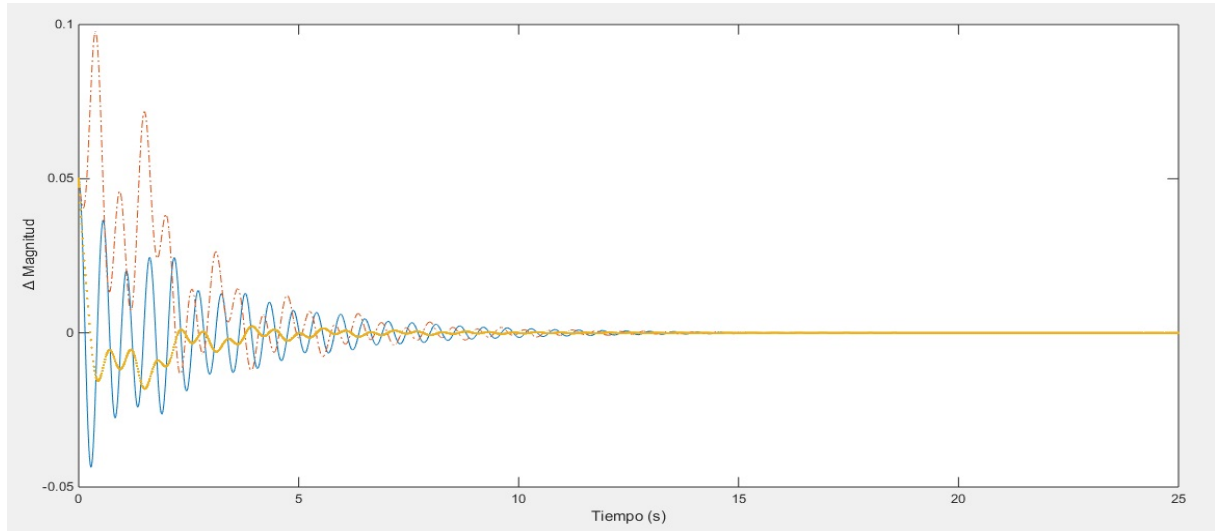


Figura 4.9: Señales controladas en el caso 3.

En el apéndice C (tabla C.3) puede ser encontrada la matriz K para este caso.
 Tiempo de simulación = 47 s.

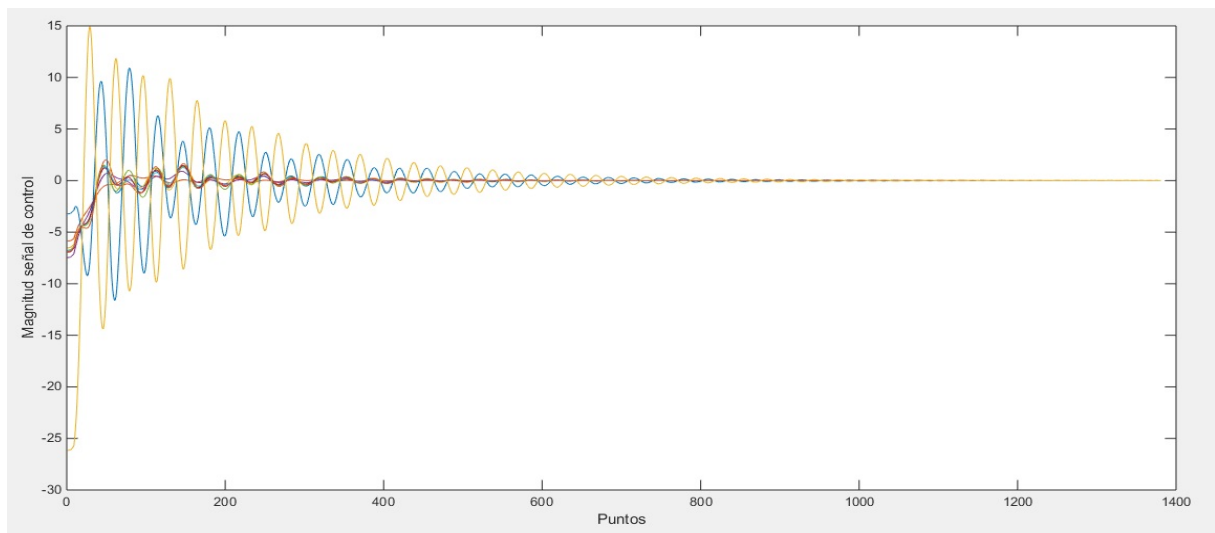


Figura 4.10: Señales de control en el caso 3.

4.2.4. Caso 4: $\gamma_3 = 0,01$ y $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,1$

Tomando como referencia el caso anterior, se puede observar como los polos se compactan en un lugar más cercano al eje imaginario, pero la estabilidad del sistema se sigue garantizando.

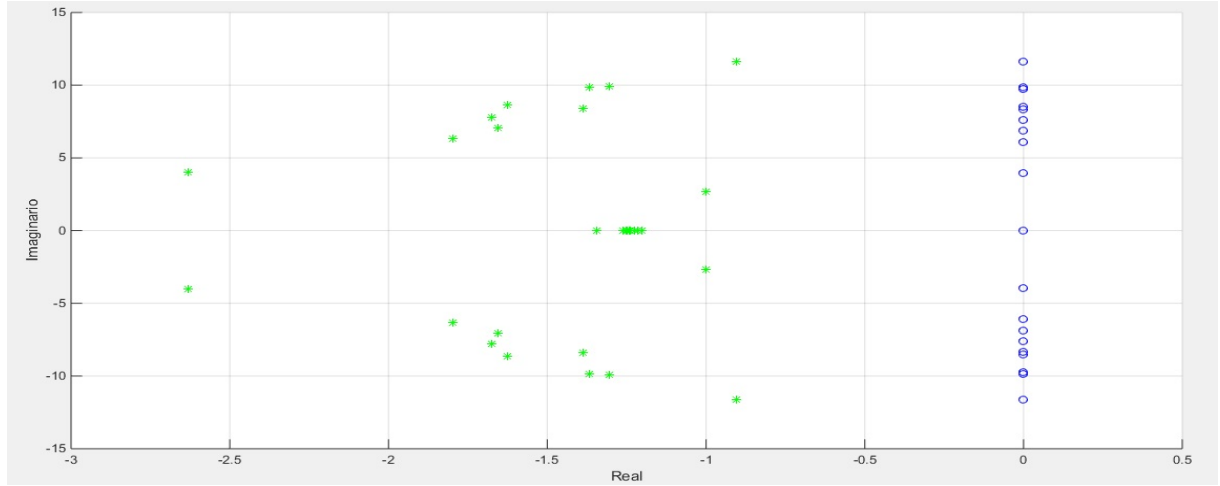


Figura 4.11: Valores propios en el caso 4.

El comportamiento de las señales controladas y las señales de control es muy similar al comportamiento de las mismas en los primeros dos casos.

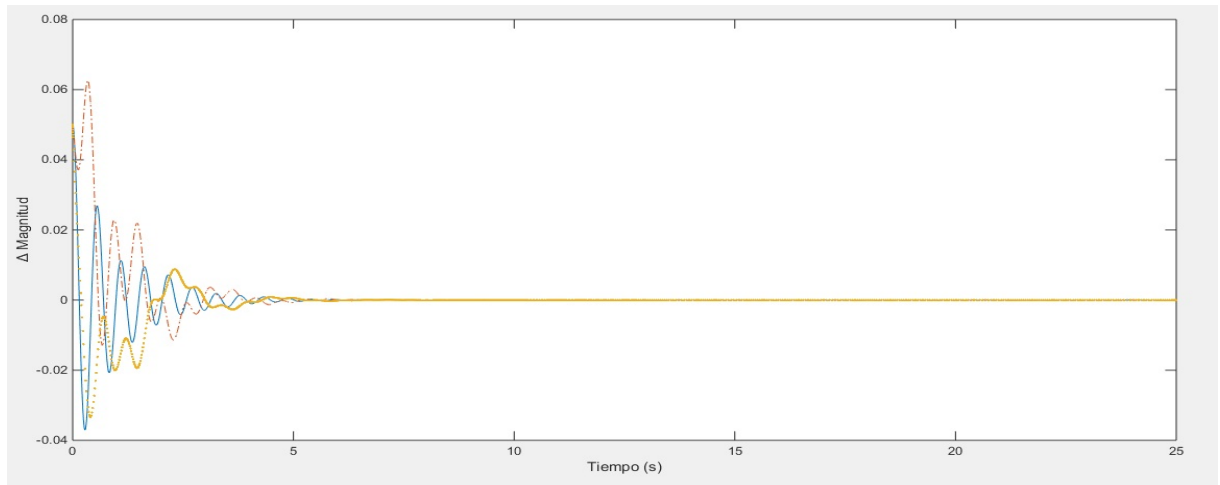


Figura 4.12: Señales controladas en el caso 4.

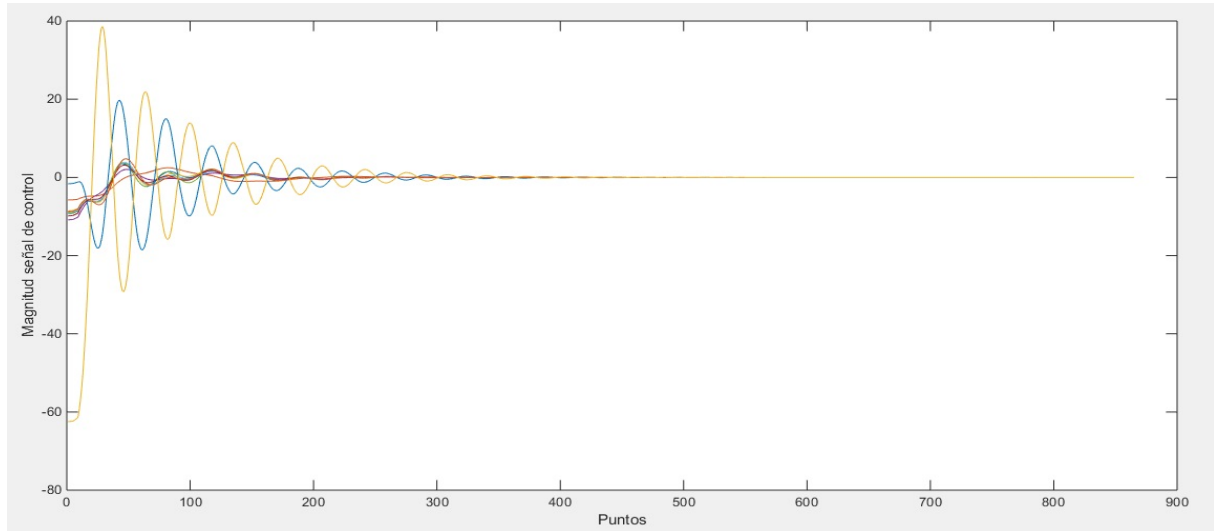


Figura 4.13: Señales de control en el caso 4.

La matriz K para este caso puede encontrarse en el apéndice C (tabla C.4)
 Tiempo de simulación = 30,2 s.

4.2.5. Caso 5: $\gamma_1 = 0,1$ y $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,01$

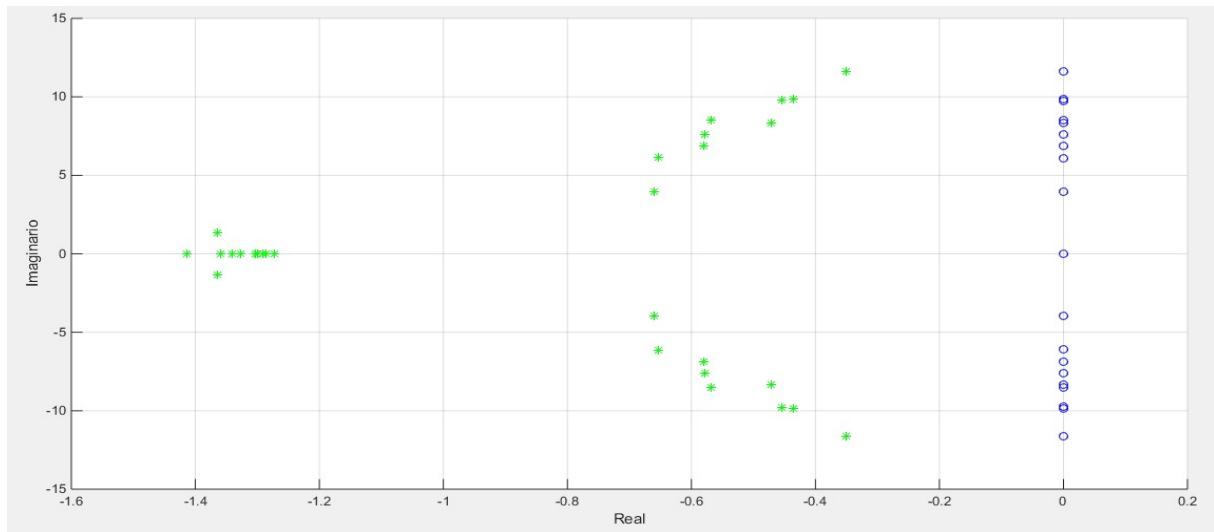


Figura 4.14: Valores propios en el caso 5.

De los casos presentados hasta ahora, este es el que muestra un mayor desplazamiento de los polos hacia el eje imaginario. Sin embargo, el desplazamiento no es lo suficientemente grande como para constituir una inestabilidad en el sistema.

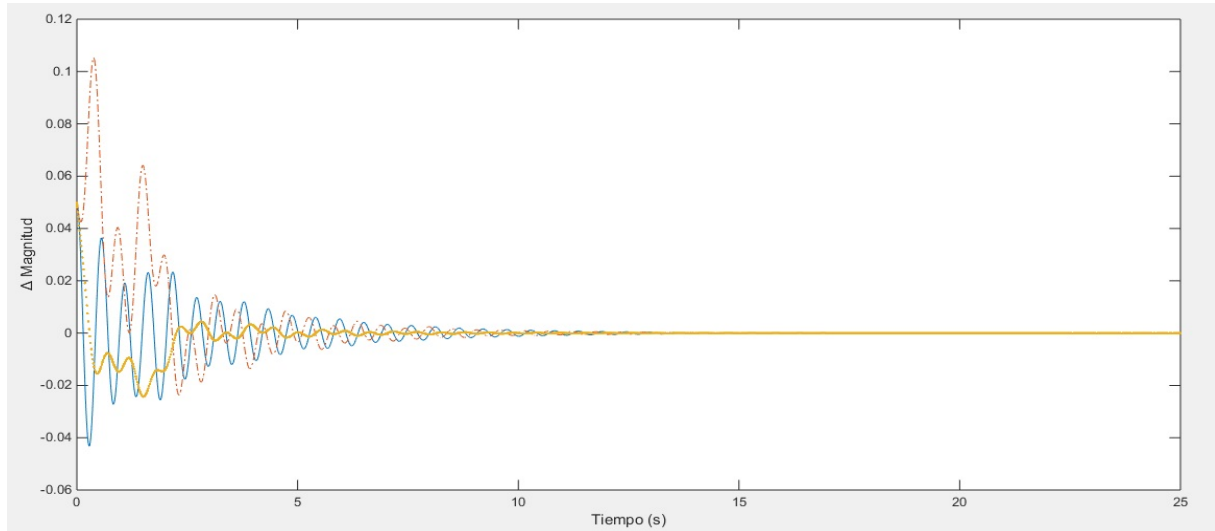


Figura 4.15: Señales controladas en el caso 5.

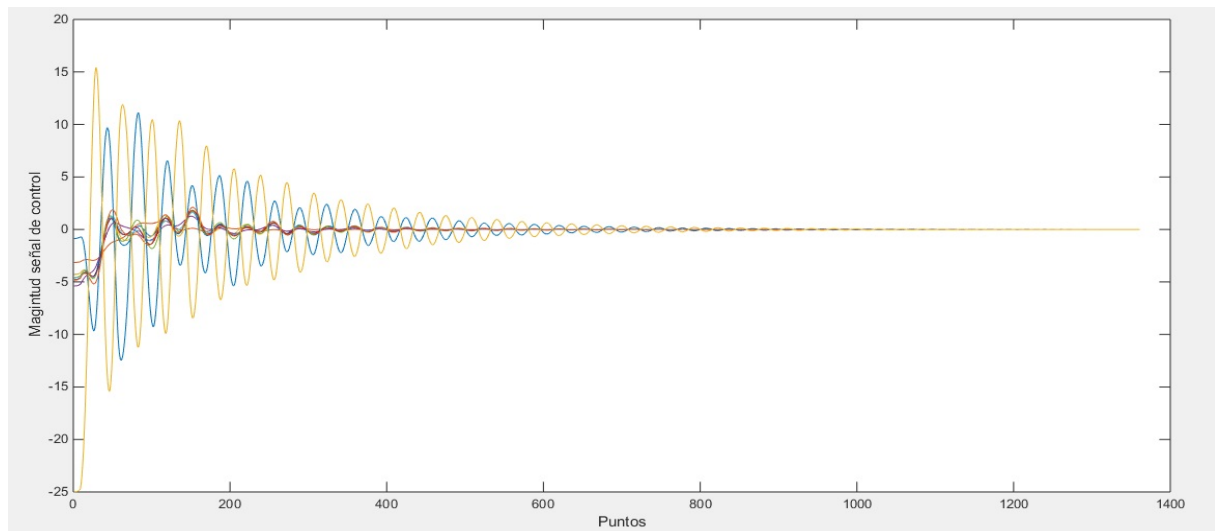


Figura 4.16: Señales de control en el caso 5.

La respuesta en el tiempo de las señales controladas y las señales de control son similares a las mismas señales en el caso 3. Las diferencias en este caso son visibles en una ligeramente menor magnitud de las señales de control, y un leve aumento en la magnitud de las señales controladas.

El apéndice C (tabla C.5) contiene la matriz K para este caso.

Tiempo de simulación = 46,7 s.

4.2.6. Caso 6: $\gamma_2 = 0,1$ y $\gamma_1 = \gamma_3 = 0,01$

Este caso presenta un comportamiento casi igual al caso 4. Tiene la ubicación de los polos en lugares similares, y la respuesta en el tiempo de las señales controladas y las señales de control presentan un desempeño semejante.

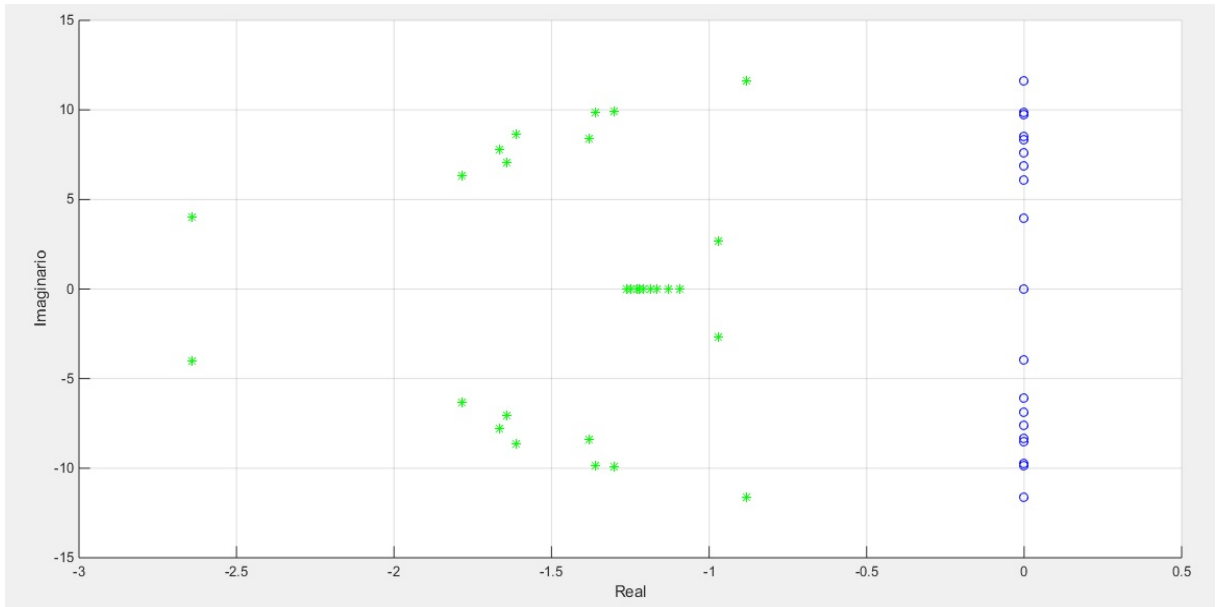


Figura 4.17: Valores propios en el caso 6.

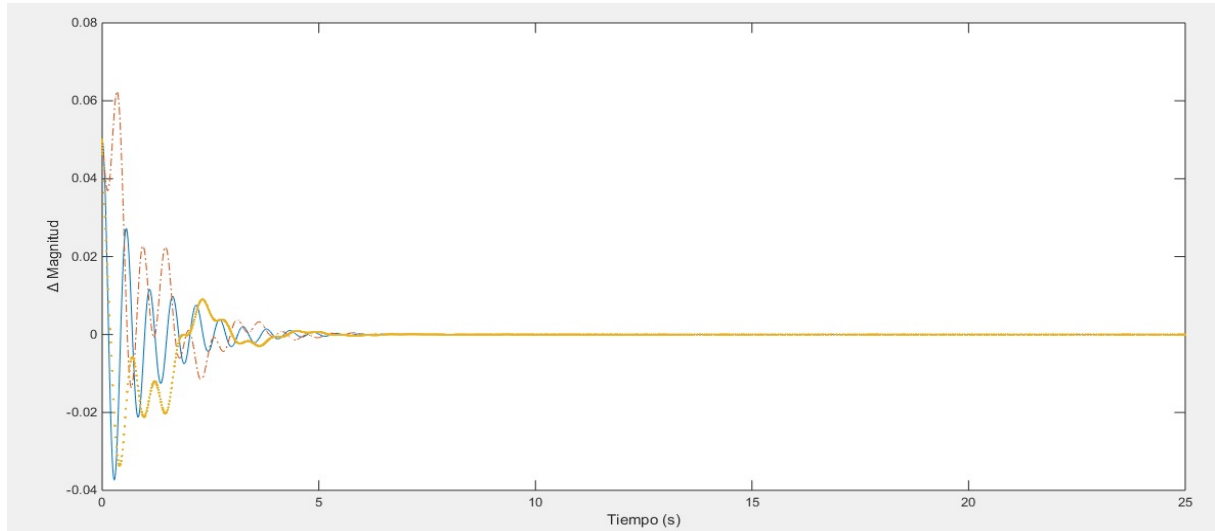


Figura 4.18: Señales controladas en el caso 6.

La matriz K para este caso se muestra en el apéndice C (tabla C.6)

Tiempo de simulación = 31 s.

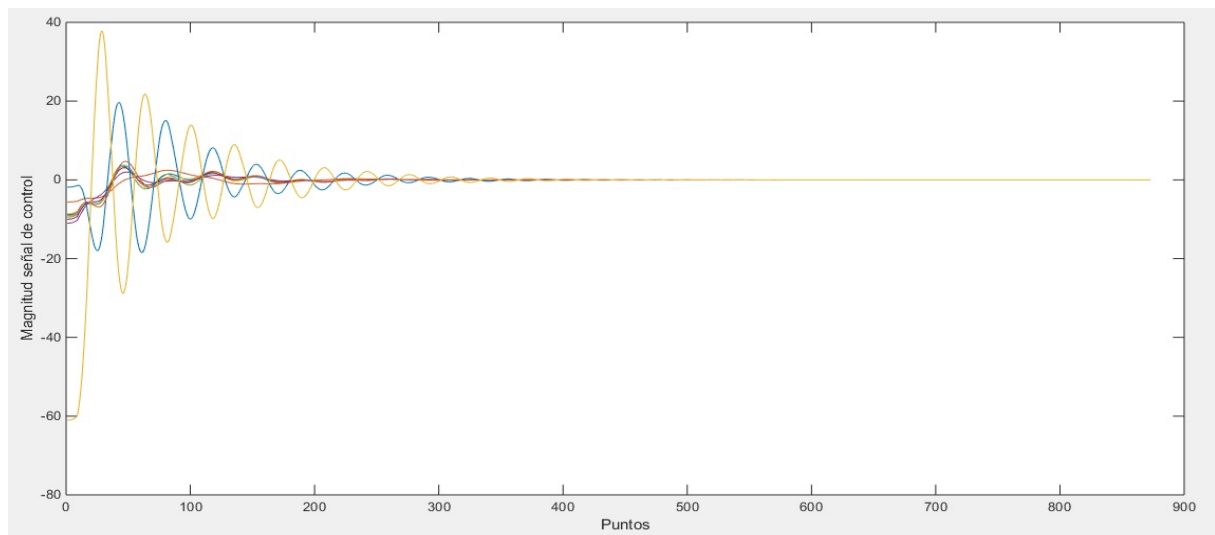


Figura 4.19: Señales de control en el caso 6.

4.2.7. Caso 7: $\gamma_3 = 0,1$ y $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,01$

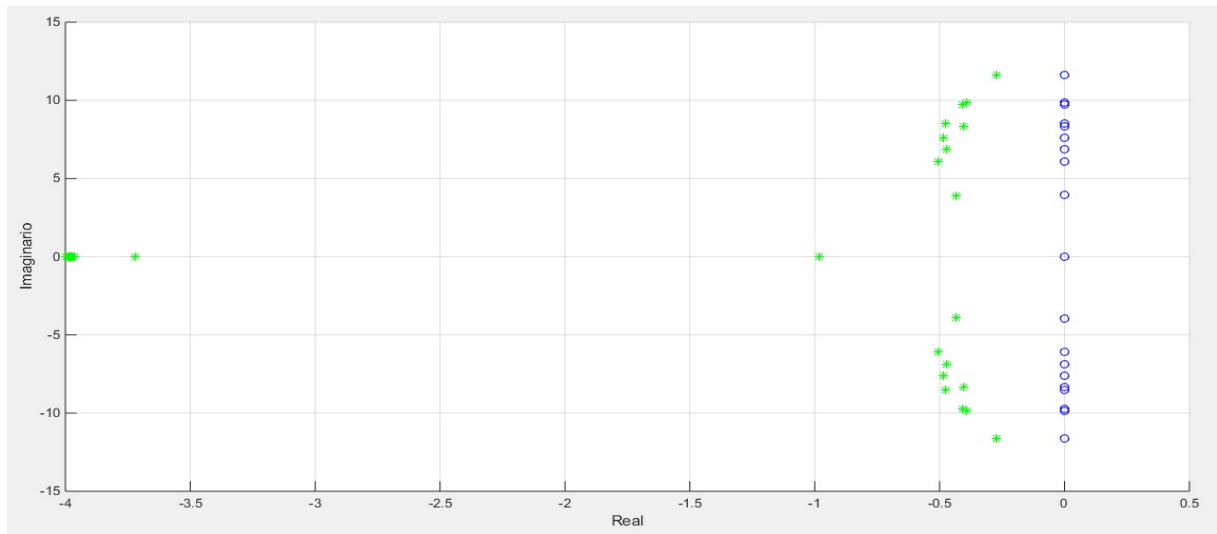


Figura 4.20: Valores propios en el caso 7.

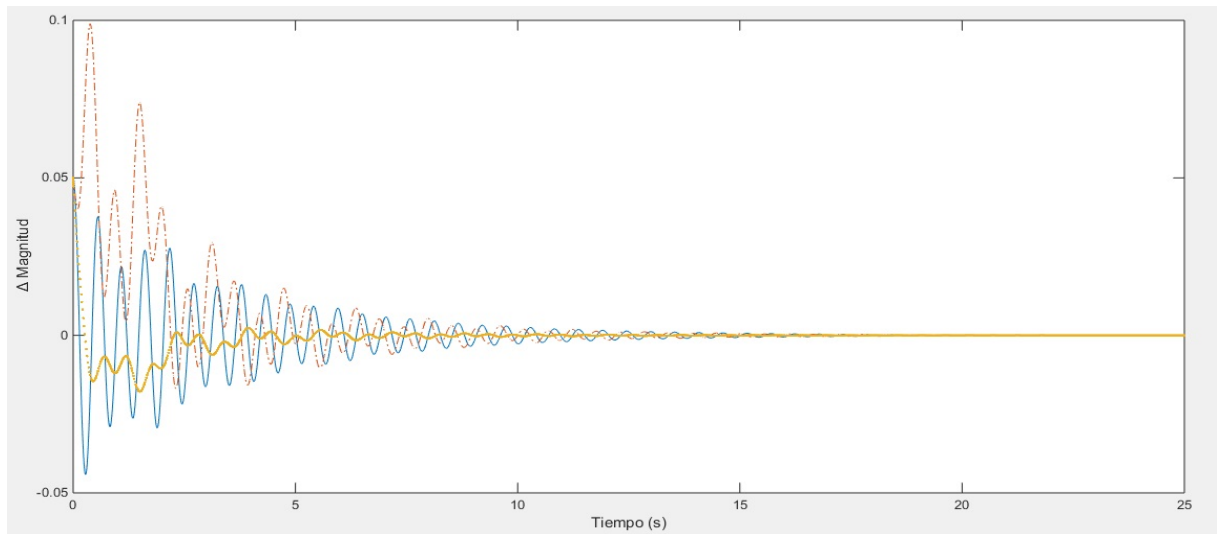


Figura 4.21: Señales controladas en el caso 7.

La conducta de los valores propios y la respuesta en el tiempo de las señales de control y las señales controladas son muy parecidas a las del caso 3. Las respuestas en el tiempo de este caso también son similares a las del caso 5. Sin embargo, el comportamiento de los polos es notablemente diferente.

En el apéndice C (tabla C.7) puede ser encontrada la matriz K de este caso.

Tiempo de simulación = 49 s.

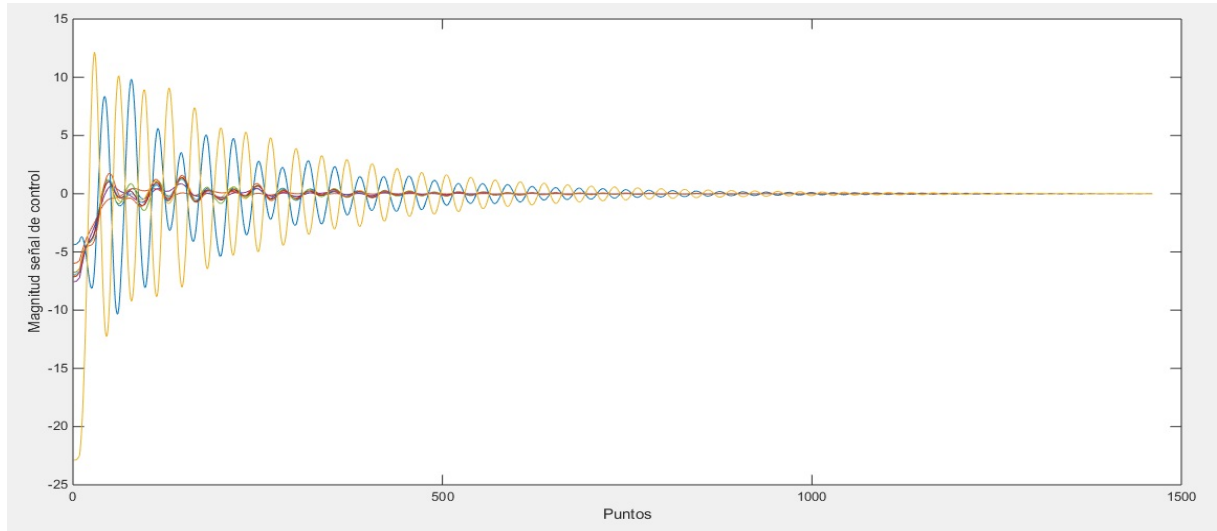


Figura 4.22: Señales de control en el caso 7.

4.2.8. Caso 8: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0,01$

Evidentemente, este es el caso que presenta los polos más cercanos al eje imaginario. No obstante, la ubicación de los polos no pone en peligro la estabilidad del sistema debido a que los polos no llegan a ubicarse a la derecha del eje imaginario o sobre el mismo.

Las señales de control son semejantes a sus análogas en el caso 5, pero con una magnitud considerablemente menor. De igual manera, las señales controladas son parecidas a las del caso 5, pero con un *overshoot* ligeramente mayor, y lo mismo para el tiempo de establecimiento.

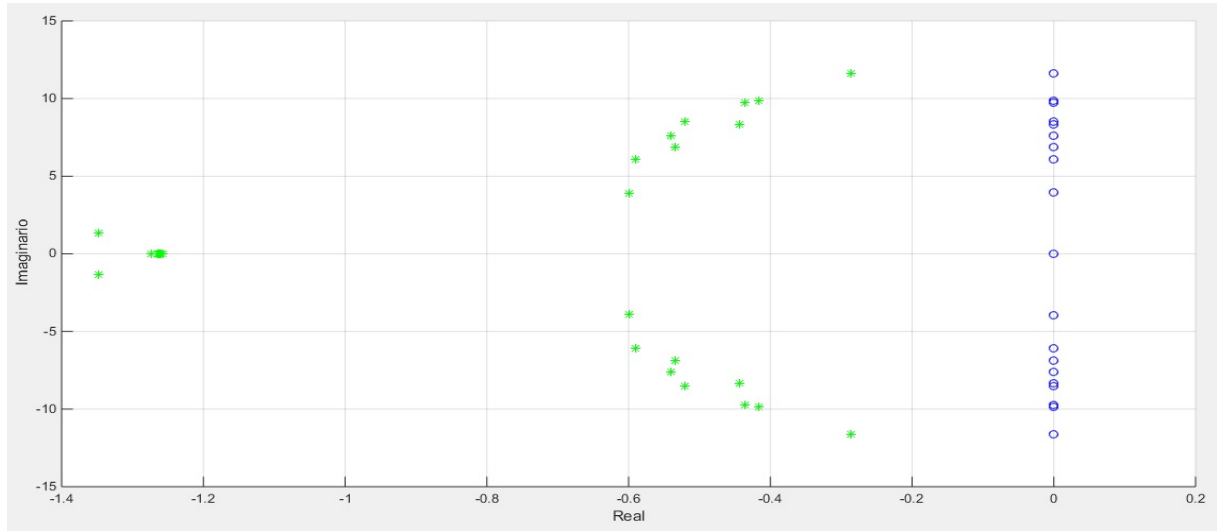


Figura 4.23: Valores propios en el caso 8.

Para este caso, la matriz K se encuentra en el apéndice C (tabla C.8)
 Tiempo de simulación = 48s.

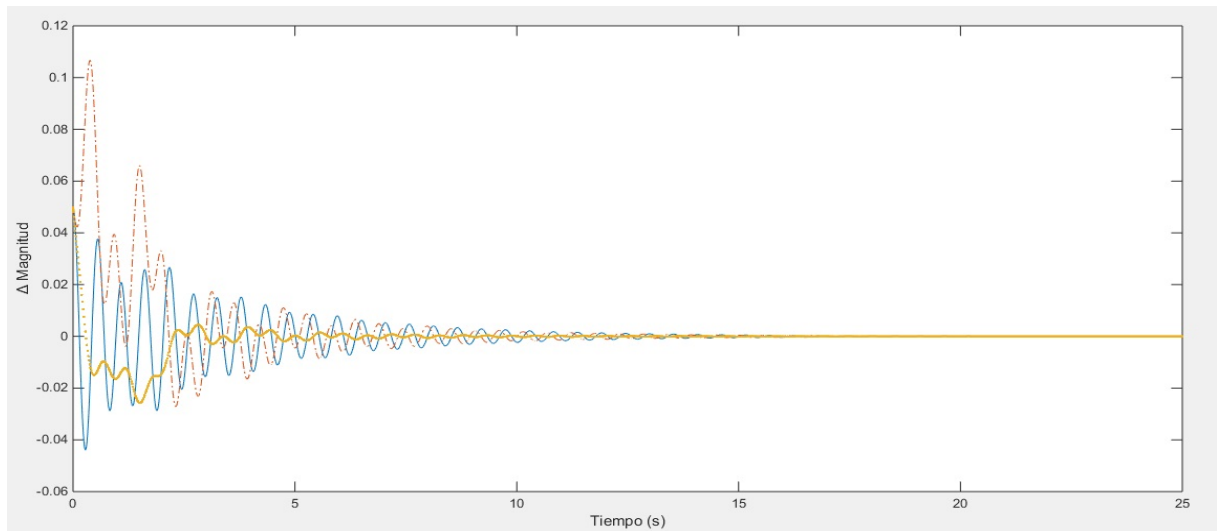


Figura 4.24: Señales controladas en el caso 8.

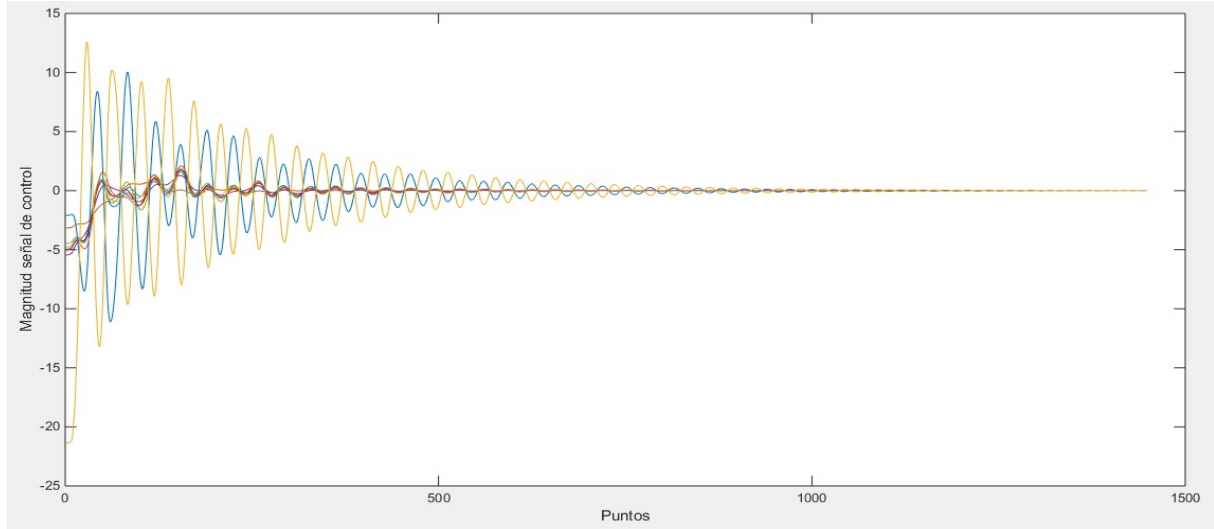


Figura 4.25: Señales de control en el caso 8.

4.3. Diferentes escenarios de carga

Ahora, se incrementará el valor de la carga de manera gradual para observar el comportamiento del sistema bajo la acción de un controlador determinado. Debido a que la elección del controlador depende de las necesidades del sistema y de la capacidad del controlador, se elegirá un controlador cualquiera de los casos anteriores; el controlador del caso 8 porque tiene los polos más cercanos al eje imaginario.

En el mismo porcentaje en que se aumentará la carga, se aumentará la magnitud de la perturbación con el fin de analizar el desempeño del controlador bajo disturbios de diferente magnitud.

4.3.1. Caso 9: Aumento en la carga del 25 %

Se puede observar que, a pesar del incremento en la carga, los polos de sistema siguen en una región que garantiza la estabilidad del sistema. Vale la pena notar que, después del aumento de carga, los polos del sistema antes de la aplicación del control no se vieron muy afectados.

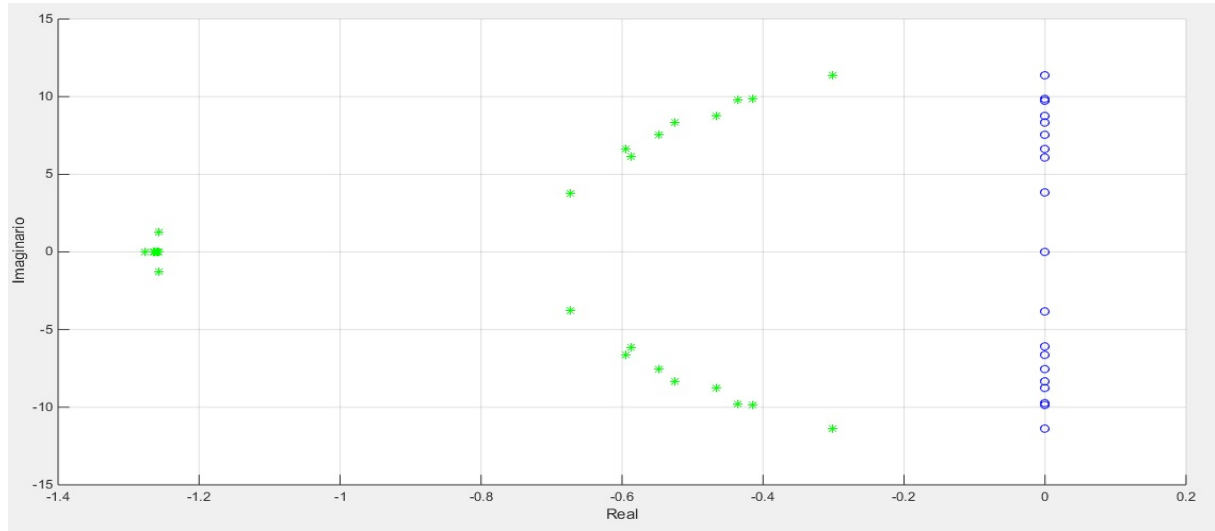


Figura 4.26: Valores propios en el caso 9.

Las respuestas en el tiempo del controlador también son muy similares a las del caso 8, excepto por un ligero aumento en el *overshoot* debido al aumento en la perturbación.

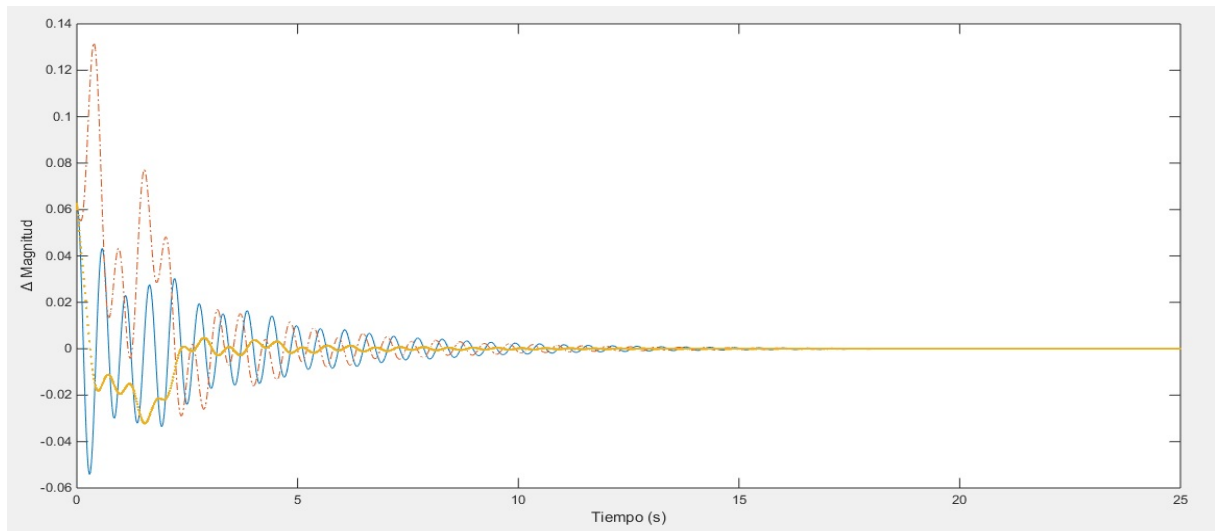


Figura 4.27: Señales controladas en el caso 9.

La matriz K de este controlador puede ser encontrada en el apéndice C (tabla C.9)

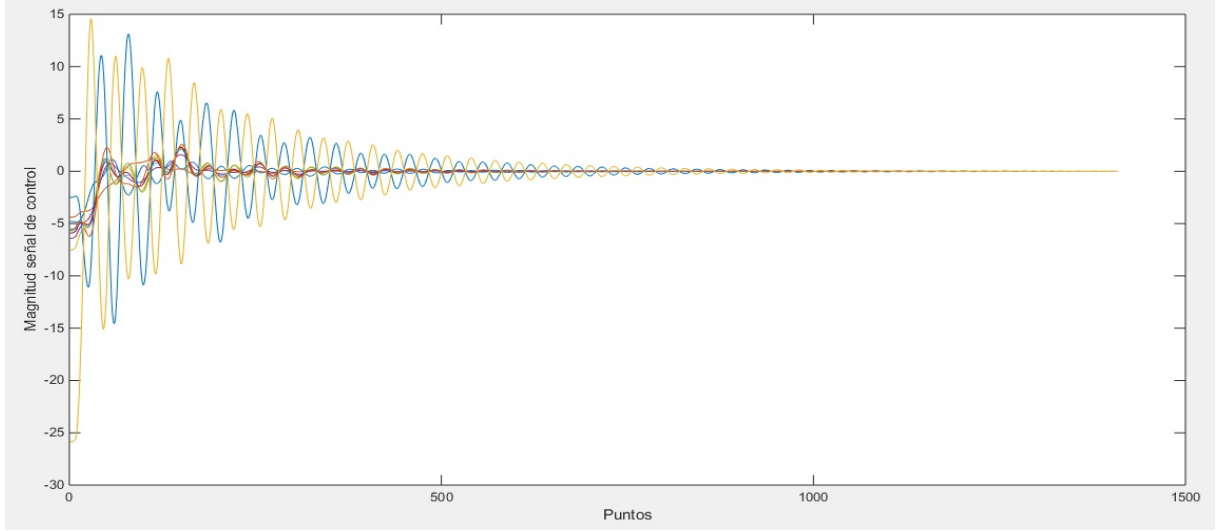


Figura 4.28: Señales de control en el caso 9.

4.4. Contingencias

Se realizará una contingencia en el sistema para evidenciar el comportamiento del controlador bajo una de estas anomalías. Se asumirá una pérdida de la línea comprendida entre los nodos 27 y 37.

4.4.1. Caso 10: Contingencia en la línea 27 y 37

La estabilidad del sistema se certifica al desplazar los polos hacia el eje real negativo. De igual manera, la contingencia no presenta un mayor cambio en los valores propios iniciales.

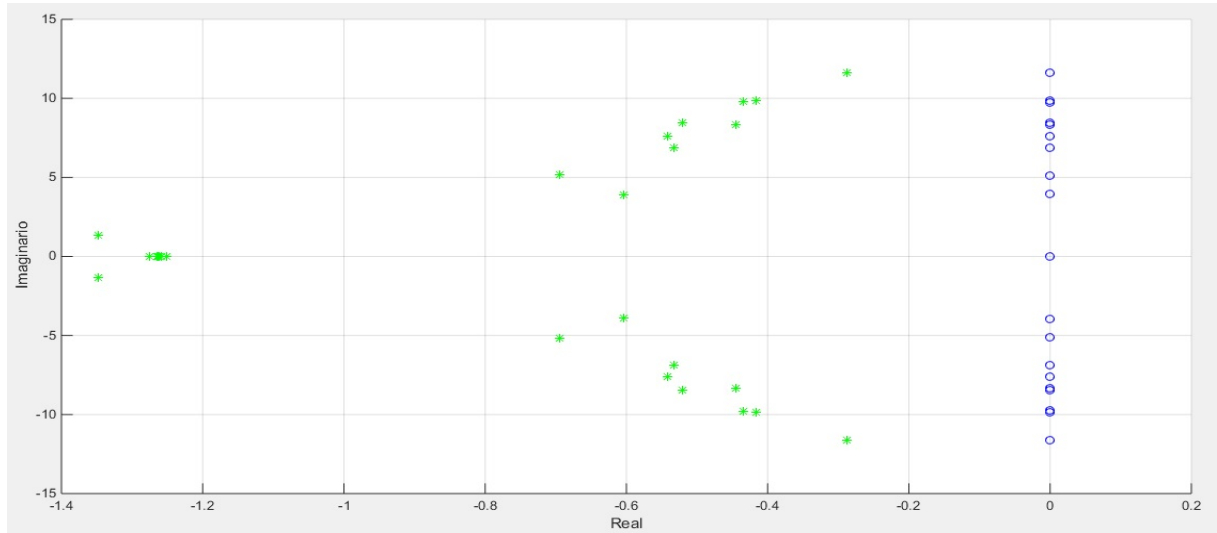


Figura 4.29: Valores propios en el caso 10.

Las respuestas en el tiempo de las señales controladas y la señal de control se presentan de manera similar a las mismas del caso 8.

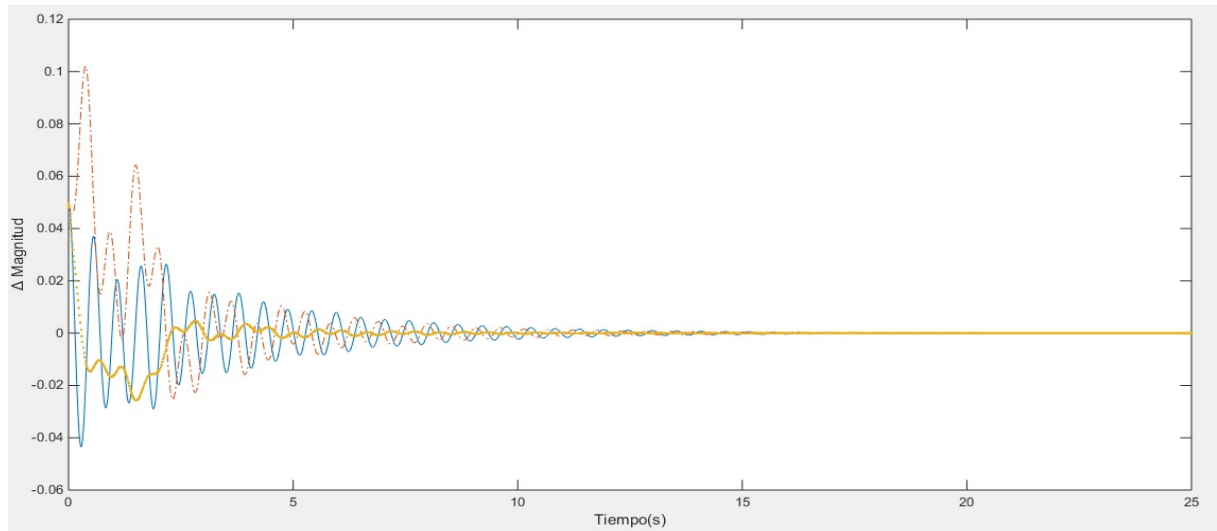


Figura 4.30: Señales controladas en el caso 10.

En el apéndice C (tabla C.10) se puede encontrar la matriz K de este caso.

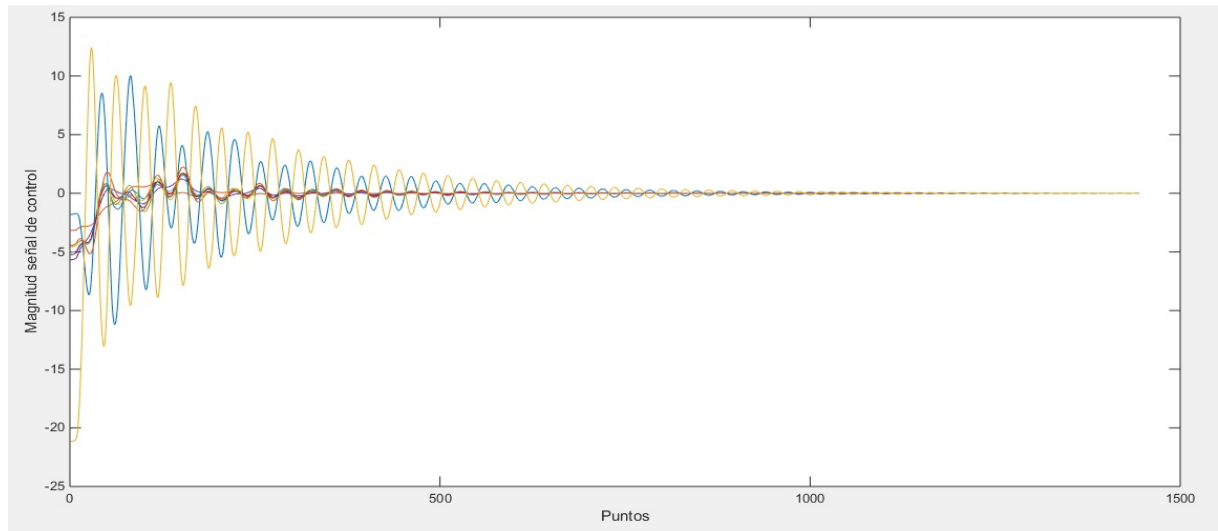


Figura 4.31: Señales de control en el caso 10.

Capítulo 5

Conclusiones

Los resultados obtenidos en este estudio demuestra cómo un esquema de control de área amplia permite estabilizar un sistema de potencia ante perturbaciones, aumentos de carga e incluso contingencias. La característica particular que tienen las metodologías de control de área amplia es que tienen en cuenta el comportamiento de todos los generadores simultáneamente con el fin de obtener una respuesta conjunta en lugar de varias respuestas independientes.

Las matrices de realimentación K son las encargadas de garantizar la estabilidad que se puede evidenciar utilizando el primer método de Lyapunov. También se observa el comportamiento de las señales controladas y las señales de control en el tiempo y su relación inversa entre ellas.

Vale la pena mencionar que se pueden encontrar múltiples controladores para un mismo sistema. La elección de este controlador depende de las necesidades del sistema, la capacidad del controlador y los parámetros del sistema. Las prestaciones del controlador varían en la magnitud y tiempo de establecimiento de las señales de control y las señales controladas, el desplazamiento de los valores propios del sistema e incluso en el tiempo de respuesta del controlador (tiempo de simulación en este documento).

5.1. Futuros trabajos de investigación

Algunos de los estudios que se pueden originar a partir de este documento son:

- Tener en cuenta un modelo de mayor grado de la máquina síncrona para mejorar los resultados. Esto implicaría realizar análisis de estabilidad transitoria.
- Tener en cuenta los costos de operación de sistema.

- Realizar un análisis en línea. Esto implicaría contar con los valores reales de las PMU's y el retardo en las comunicaciones.
- Aplicar un esquema de control de área amplia al sistema colombiano.
- Desarrollar un control de área amplia aplicando control sobre la excitación de los generadores.

Apéndice A

Sistemas de prueba

A.1. Casos 1 al 8

A continuación se presentan los datos del sistema de prueba utilizados para la adquisición de los resultados desde el caso 1 hasta el 8.

Datos de los generadores.

N	P_g	V_n	x_d	x'_d	x_q	x'_q	H	$T_d o'$	$T_q o'$	T_c	D
1	NaN	0.9820	0.2950	0.0647	0.2820	0.0647	30.30	6.56	1.50	0.01	0
2	10	1.03	0.02	0.0060	0.0190	0.0060	500	6	0.70	0.01	0
3	6.50	0.9840	0.2495	0.0531	0.2370	0.0531	35.80	5.70	0.50	0.01	0
4	5.08	1.0120	0.33	0.0660	0.31	0.0660	26	5.40	0.44	0.01	0
5	6.32	0.9970	0.2620	0.0436	0.2580	0.0436	28.60	5.69	1.50	0.01	0
6	6.50	1.0490	0.2540	0.05	0.2410	0.05	34.80	7.30	0.40	0.01	0
7	5.60	1.0640	0.2950	0.0490	0.2920	0.0490	26.40	5.66	1.50	0.01	0
8	5.40	1.0270	0.29	0.0570	0.28	0.0570	24.30	6.70	0.41	0.01	0
9	8.30	1.0260	0.2106	0.0570	0.2050	0.0570	34.50	4.79	1.96	0.01	0
10	2.50	1.0470	0.20	0.0040	0.19	0.0040	42	5.70	0.50	0.01	0

Tabla A.1: Datos de los generadores

Datos de las cargas.

N	P_d	Q_d
1	0.0920	0.0460
2	11.04	2.5000
13	3.22	0.0240
14	5	1.8400
17	2.3380	0.8400
18	5.22	1.7600
21	2.74	1.1500
23	2.7450	0.8466
24	3.0860	0.9220
25	2.24	0.4720
26	1.39	0.1700
27	2.81	0.7550
28	2.06	0.2760
29	2.8350	0.2690
30	6.28	1.0300
32	0.0750	0.8800
35	3.20	1.5300
36	3.2940	0.3230
38	1.58	0.3000

Tabla A.2: Datos de las cargas

Datos de las líneas.

N_1	N_2	$r_k m$	$x_k m$	$b/2$	$Taps$
37	27	0.0013	0.0173	0.1608	0
37	38	0.0007	0.0082	0.0659	0
36	24	0.0003	0.0059	0.0340	0
36	21	0.0008	0.0135	0.1274	0
36	39	0.0016	0.0195	0.1520	0
36	37	0.0007	0.0089	0.0671	0
35	36	0.0009	0.0094	0.0855	0
34	35	0.0018	0.0217	0.1830	0
33	34	0.0009	0.0101	0.0862	0

N_1	N_2	$r_k m$	$x_k m$	$b/2$	$Taps$
28	29	0.0014	0.0151	0.1245	0
26	29	0.0057	0.0625	0.5145	0
26	28	0.0043	0.0474	0.3901	0
26	27	0.0014	0.0147	0.1198	0
25	26	0.0032	0.0323	0.2565	0
23	24	0.0022	0.0350	0.1805	0
22	23	0.0006	0.0096	0.0923	0
21	22	0.0008	0.0135	0.1274	0
20	33	0.0004	0.0043	0.0365	0
20	31	0.0004	0.0043	0.0365	0
19	2	0.0010	0.0250	0.60	0
18	19	0.0023	0.0363	0.1902	0
17	18	0.0004	0.0046	0.0390	0
16	31	0.0007	0.0082	0.0694	0
16	17	0.0006	0.0092	0.0565	0
15	18	0.0008	0.0112	0.0738	0
15	16	0.0002	0.0026	0.0217	0
14	34	0.0008	0.0129	0.0691	0
14	15	0.0008	0.0128	0.0671	0
13	38	0.0011	0.0133	0.1069	0
13	14	0.0013	0.0213	0.1107	0
12	25	0.0070	0.0086	0.0730	0
12	13	0.0013	0.0151	0.1286	0
11	12	0.0035	0.0411	0.3493	0
11	2	0.0010	0.0250	0.3750	0
39	30	0.0007	0.0138	0	0
39	5	0.0007	0.0142	0	0
32	33	0.0016	0.0435	0	0
32	31	0.0016	0.0435	0	0
30	4	0.0009	0.0180	0	0
29	9	0.0008	0.0156	0	0
25	8	0.0006	0.0232	0	0
23	7	0.0005	0.0272	0	0
22	6	0	0.0143	0	0
20	3	0	0.02	0	0
16	1	0	0.0250	0	0
12	10	0	0.0181	0	0

Tabla A.3: Datos de las líneas

A.2. Caso 9

Para este caso se utilizaron los mismos valores de los generadores y los mismos valores para las líneas, pero se modificaron los valores de las cargas.

Datos de las cargas.

N	P_d	Q_d
1	0.8979	0.0460
2	11.8459	2.5000
13	4.0259	0.0240
14	5.8059	1.8400
17	3.1439	0.8400
18	6.0259	1.7600
21	3.5459	1.1500
23	3.5509	0.8466
24	3.8919	0.9220
25	3.0459	0.4720
26	2.1959	0.1700
27	3.6159	0.7550
28	2.8659	0.2760
29	3.6409	0.2690
30	7.0859	1.0300
32	0.8809	0.8800
35	4.0059	1.5300
36	4.0999	0.3230
38	2.3859	0.3000

Tabla A.4: Datos de las cargas

Apéndice B

Códigos de Matlab ®

Datos del sistema.

```
clc
clear all
Datos.Lineas=[ 37 27 0.0013 0.0173 0.1608 0
37 38 0.0007 0.0082 0.0659 0
36 24 0.0003 0.0059 0.0340 0
36 21 0.0008 0.0135 0.1274 0
36 39 0.0016 0.0195 0.1520 0
36 37 0.0007 0.0089 0.0671 0
35 36 0.0009 0.0094 0.0855 0
34 35 0.0018 0.0217 0.1830 0
33 34 0.0009 0.0101 0.0862 0
28 29 0.0014 0.0151 0.1245 0
26 29 0.0057 0.0625 0.5145 0
26 28 0.0043 0.0474 0.3901 0
26 27 0.0014 0.0147 0.1198 0
25 26 0.0032 0.0323 0.2565 0
23 24 0.0022 0.0350 0.1805 0
22 23 0.0006 0.0096 0.0923 0
21 22 0.0008 0.0135 0.1274 0
20 33 0.0004 0.0043 0.0365 0
20 31 0.0004 0.0043 0.0365 0
```



```

19 2 0.0010 0.0250 0.6000 0
18 19 0.0023 0.0363 0.1902 0
17 18 0.0004 0.0046 0.0390 0
16 31 0.0007 0.0082 0.0694 0
16 17 0.0006 0.0092 0.0565 0
15 18 0.0008 0.0112 0.0738 0
15 16 0.0002 0.0026 0.0217 0
14 34 0.0008 0.0129 0.0691 0
14 15 0.0008 0.0128 0.0671 0
13 38 0.0011 0.0133 0.1069 0
13 14 0.0013 0.0213 0.1107 0
12 25 0.0070 0.0086 0.0730 0
12 13 0.0013 0.0151 0.1286 0
11 12 0.0035 0.0411 0.3493 0
11 2 0.0010 0.0250 0.3750 0
39 30 0.0007 0.0138 0 0
39 5 0.0007 0.0142 0 0
32 33 0.0016 0.0435 0 0
32 31 0.0016 0.0435 0 0
30 4 0.0009 0.0180 0 0
29 9 0.0008 0.0156 0 0
25 8 0.0006 0.0232 0 0
23 7 0.0005 0.0272 0 0
22 6 0 0.0143 0 0
20 3 0 0.0200 0 0
16 1 0 0.0250 0 0
12 10 0 0.0181 0 0];

```

```

Datos.Gen = [ 1 NaN 0.982 0.2950 0.0647 0.2820 0.0647 30.3 6.56 1.50 0.01 0.0 25
2 10.00 1.030 0.0200 0.0060 0.0190 0.0060 500.0 6.00 0.70 0.01 0.0 25
3 6.50 0.984 0.2495 0.0531 0.2370 0.0531 35.8 5.70 0.50 0.01 0.0 25
4 5.08 1.012 0.3300 0.0660 0.3100 0.0660 26.0 5.40 0.44 0.01 0.0 25
5 6.32 0.997 0.2620 0.0436 0.2580 0.0436 28.6 5.69 1.50 0.01 0.0 25
6 6.50 1.049 0.2540 0.0500 0.2410 0.0500 34.8 7.30 0.40 0.01 0.0 25
7 5.60 1.064 0.2950 0.0490 0.2920 0.0490 26.4 5.66 1.50 0.01 0.0 25
8 5.40 1.027 0.2900 0.0570 0.2800 0.0570 24.3 6.70 0.41 0.01 0.0 25

```

```

9 8.30 1.026 0.2106 0.0570 0.2050 0.0570 34.5 4.79 1.96 0.01 0.0 25
10 2.50 1.047 0.2000 0.0040 0.1900 0.0040 42.0 5.70 0.50 0.01 0.0 25];

```

```

    Datos.Cargas = [1 0.0920 0.0460
2 11.040 2.5000
13 3.2200 0.0240
14 5.0000 1.8400
17 2.3380 0.8400
18 5.2200 1.7600
21 2.7400 1.1500
23 2.7450 0.8466
24 3.0860 0.9220
25 2.2400 0.4720
26 1.3900 0.1700
27 2.8100 0.7550
28 2.0600 0.2760
29 2.8350 0.2690
30 6.2800 1.0300
32 0.0750 0.8800
35 3.2000 1.5300
36 3.2940 0.3230
38 1.5800 0.3000 ];

```

```

    Datos.fnom = 60;
Res = NewtonRaphson(Datos)
X = EigenValSimpleBn(Datos)
hold off
plot(real(X.Lambda),imag(X.Lambda),'ob');
grid on;
title('Eigen Valores');

```

Obtención del modelo del sistema

```
function Reseigen = EigenValSimple(Sistema);
```

```

Res = NewtonRaphson(Sistema)
NumN = max([max(Sistema.Lineas(:,1)),max(Sistema.Lineas(:,2))]);
NG = Sistema.Gen(:,1);
NumG = length(NG);
NC = Sistema.Cargas(:,1);
NumC = length(NC);
Ybus = zeros(NumN+NumG);
Ybus(1:NumN,1:NumN) = Res.Ybus;
for k = 1:NumG
    n = NG(k);
    kk = k + NumN;
    xd = Sistema.Gen(k,5);
    yd = 1/(j*xd);
    Ybus(n,n) = Ybus(n,n) + yd;
    Ybus(kk,kk) = Ybus(kk,kk) + yd;
    Ybus(kk,n) = Ybus(kk,n) - yd;
    Ybus(n,kk) = Ybus(n,kk) - yd;
    I = conj(Res.Sn(n)/Res.Vn(n));
    Vn(k,1) = Res.Vn(n) + j*xd*I;
end
for k = 1:NumC
    n = NC(k);
    S = Res.Sn(n);
    V = abs(Res.Vn(n));
    Y = -conj(S/(V*V));
    Ybus(n,n) = Ybus(n,n) + Y;
end
NN = 1:NumN;
NR = (NumN+1):(NumN+NumG);
Yg = Ybus(NR,NR);
Yb = Ybus(NR,NN);
Yc = Ybus(NN,NR);
Ye = Ybus(NN,NN);
Ybusr = Yg - Yb*inv(Ye)*Yc;
G = real(Ybusr);
B = imag(Ybusr);

```

```

H = zeros(NumG,NumG);
Vs = abs(Vn);
As = angle(Vn);
for k = 1:NumG
for m = 1:NumG
if not(k==m)
dkm = As(k) - As(m);
H(k,m) = Vs(k)*Vs(m)*(-B(k,m)*cos(dkm)+G(k,m)*sin(dkm));
end
end
end
for k = 1:NumG
H(k,k) = -sum(H(k,:));
end
NumGN = NumG-1;
Hn = H(1:NumG,1:NumGN);
ws = Sistema.fnom*2*pi;
M = 2*diag(Sistema.Gen(:,8))/ws;
D = diag(Sistema.Gen(:,12));
A = [zeros(NumGN), eye(NumGN), -ones(NumGN,1);-inv(M)*Hn, -inv(M)*D];
Reseigen.H = H;
Reseigen.M = M;
Reseigen.D = D;
Reseigen.A = A;
Reseigen.NR=NR;
Reseigen.NN=NN;
Reseigen.Lambda = [eig(A)];
Reseigen.Ybusr = Ybusr;
ne=3*NumG-1;
T=diag(Sistema.Gen(:,13));
Reseigen.T=T;
Bn=[zeros(NumG-1,NumG);inv(M)];
Reseigen.Bn=Bn;
An=[A,Bn;zeros(NumG,2*NumG-1),-inv(T)];
B=[zeros(2*NumG-1,NumG);diag(1./Sistema.Gen(:,13))];
Reseigen.An=An;

```

```

Reseigen.B=B;
Reseigen.DampingRatio = -real(Reseigen.Lambda)./abs(Reseigen.Lambda);

```

Aplicación de la optimización LQR

```

function d=LQRO(t,x);
d=zeros(29,1);
p1=0.1;
p2=0.1;
p3=0.1;
Q=[eye(9)*p1,zeros(9,20);zeros(10,9),eye(10)*p2,zeros(10);zeros(10,19),eye(10)*p3];
R=eye(10)*0.00001;
[K, S, e] = lqr(An,B,Q,R);
C=[eye(29)];
Ac = [(An-B*K*C)];
for i=1:29
for j=1:29
d(i)=d(i)+Ac(i,j)*x(j);
end
end

```

Respuesta del LQR y gráficas de las señales

```

clc
[T, Y] = ode45(@LQRO,[0 25],0.05*ones(1,29));
figure
plot(T,Y(:,3),'-',T,Y(:,14),'-.',T,Y(:,24),'.'');

U=-K*Y';
figure
plot(U')
figure

```

```
grid on;  
hold on;  
plot(real(X.Lambda),imag(X.Lambda),'ob')  
plot(real(e),imag(e),'*g')
```

Apéndice C

Matrices de realimentación K

A continuación, se presentan las matrices de realimentación K para cada uno de los casos.

Caso 1

-617.7214	14.8712	104.2610	34.5414	43.4624	41.3027	42.4806	38.7162	25.5432	64.3093
184.1949	-112.1561	143.6182	45.8772	67.0892	63.0415	64.7020	161.9691	82.0756	310.2264
121.0989	14.7342	-571.5191	42.8453	55.0564	51.4997	53.1820	46.1658	28.0888	82.1545
31.4525	7.1002	33.8909	-606.2443	183.3835	63.0811	64.9166	31.7062	25.8683	46.6620
41.9784	8.4502	44.9375	197.7070	-712.6298	86.1078	88.5883	40.7973	34.6035	72.3532
47.9527	9.5553	51.0617	80.9325	104.1120	-647.5258	221.3523	50.2708	37.3363	78.9945
38.6496	7.9271	41.4919	65.6948	84.1688	172.7454	-705.8202	38.4075	31.5649	64.4566
32.1222	10.9658	29.3757	27.9288	31.7562	32.0783	31.8399	-745.7798	51.7515	142.2676
35.4224	9.2043	37.2890	42.3968	55.8450	52.4926	54.1548	103.5024	-420.8519	109.3808
59.5446	1.1953	6.5477	2.6815	3.1909	3.1674	3.2206	2.1734	3.0989	2.4582
9.4923	68.0903	10.9868	6.0859	7.9315	8.2441	8.0787	8.0189	13.1460	13.7656
7.4167	1.5431	61.7846	3.5881	4.3063	4.2793	4.3218	3.1958	3.8180	3.1354
2.5380	1.0687	2.9855	62.3648	10.5692	4.8911	4.9299	1.9691	3.3934	1.7165
3.1387	1.2029	3.5627	11.0663	56.3649	5.8873	5.9599	2.9333	3.5858	2.8257
3.7111	1.4420	4.3050	6.0742	7.0779	58.7796	12.5389	3.2466	4.3417	2.8021
3.0181	1.1474	3.4940	4.9758	5.8309	10.2113	57.4791	2.7060	3.5799	2.5337
1.9294	0.9093	1.9107	1.6584	2.1284	1.8623	2.0601	54.1991	2.1202	5.4658
4.3260	1.3981	5.0746	5.5149	6.2415	6.4559	6.4053	7.1693	75.2019	5.3388
2.8468	1.8110	2.0280	1.9099	1.3334	1.9225	1.4675	7.6673	2.1677	43.2451
167.6493	0.9199	5.8807	2.2651	2.7314	2.7420	2.7610	1.8942	2.9093	2.1107
0.9199	105.1893	1.0558	0.7747	0.8777	0.9058	0.8885	0.8118	1.0279	1.2801
5.8807	1.0558	160.7808	2.6844	3.1860	3.2432	3.2467	2.1578	3.3178	1.9316
2.2651	0.7747	2.6844	179.0683	10.4823	4.6074	4.6322	1.6867	3.5640	1.4349
2.7314	0.8777	3.1860	10.4823	167.4162	5.4187	5.4766	2.3709	3.8745	1.7587
2.7420	0.9058	3.2432	4.6074	5.4187	159.3798	10.2433	2.1352	4.0566	1.7413
2.7610	0.8885	3.2467	4.6322	5.4766	10.2433	173.1298	2.2888	4.0193	1.7603
1.8942	0.8118	2.1578	1.6867	2.3709	2.1352	2.2888	174.9121	3.7861	5.9665
2.9093	1.0279	3.3178	3.5640	3.8745	4.0566	4.0193	3.7861	173.4742	2.8922
2.1107	1.2801	1.9316	1.4349	1.7587	1.7413	1.7603	5.9665	2.8922	139.1432

Tabla C.1: Matriz de realimentación K para el caso 1

Caso 2

-615.1917	14.6602	103.7527	34.4135	43.2548	41.0373	42.2906	38.4848	25.4020	62.9539
185.1089	-110.0484	144.7678	49.5601	70.0075	65.7562	67.6967	161.7045	84.4526	302.2671
120.6420	14.4752	-568.8569	42.6143	54.7604	51.1205	52.8900	46.0162	27.8601	80.7270
31.2610	6.9460	33.6106	-604.7035	182.3411	62.4186	64.2767	31.3551	25.5729	46.7763
41.8216	8.2768	44.6794	196.7109	-710.3352	85.4910	88.0193	40.9748	34.3561	71.3094
47.7390	9.3196	50.7117	80.2563	103.4436	-645.0911	220.4847	50.1542	36.9648	78.1522
38.5058	7.7704	41.2482	65.1371	83.6001	171.9306	-703.6877	38.2837	31.3386	63.5789
32.5347	10.9266	29.6662	27.8727	32.0689	32.2115	32.1857	-739.4866	52.1888	134.6279
35.4657	9.0292	37.1780	42.2347	55.5434	52.1158	53.8826	102.7691	-419.5075	107.2868
58.7476	1.1790	6.3631	2.7213	3.1984	3.1690	3.2251	2.1545	3.1561	2.6634
9.9315	66.6364	11.5851	7.8788	9.3798	9.6395	9.5288	8.0081	14.3997	13.5143
7.2179	1.5295	60.9331	3.6255	4.3069	4.2748	4.3185	3.1866	3.8928	3.3422
2.5606	1.1084	2.9984	61.3765	10.2045	4.7708	4.8055	2.0643	3.4618	2.0496
3.1511	1.2329	3.5609	10.6831	55.6797	5.7479	5.8181	2.9646	3.6352	3.0610
3.7257	1.4697	4.3043	5.9399	6.9198	58.0369	12.1658	3.2800	4.3930	3.0657
3.0250	1.1755	3.4889	4.8616	5.6955	9.9081	56.7604	2.7181	3.6191	2.8274
2.0056	0.9110	1.9639	1.7876	2.1774	1.9165	2.1372	53.3046	2.1086	5.1026
4.4229	1.4281	5.1691	5.6447	6.3107	6.5180	6.4697	6.9752	73.7502	5.4715
2.9859	1.7895	2.1469	2.0340	1.5217	2.0422	1.6422	8.4255	2.2826	41.5535
166.9125	0.9245	5.7343	2.3046	2.7514	2.7595	2.7777	1.9325	2.9847	2.2686
0.9245	105.0574	1.0689	0.8568	0.9420	0.9661	0.9525	0.8121	1.0840	1.2610
5.7343	1.0689	160.0867	2.7183	3.1982	3.2545	3.2564	2.1899	3.3987	2.0667
2.3046	0.8568	2.7183	178.0874	10.1583	4.5196	4.5408	1.8105	3.6675	1.6629
2.7514	0.9420	3.1982	10.1583	166.7660	5.3140	5.3686	2.4180	3.9431	1.9479
2.7595	0.9661	3.2545	4.5196	5.3140	158.7697	9.9710	2.1852	4.1212	1.8996
2.7777	0.9525	3.2564	4.5408	5.3686	9.9710	172.4080	2.3436	4.0833	1.9584
1.9325	0.8121	2.1899	1.8105	2.4180	2.1852	2.3436	173.9179	3.7178	6.0486
2.9847	1.0840	3.3987	3.6675	3.9431	4.1212	4.0833	3.7178	172.3237	2.9999
2.2686	1.2610	2.0667	1.6629	1.9479	1.8996	1.9584	6.0486	2.9999	137.7623

Tabla C.2: Matriz de realimentación K para el caso 2

Caso 3

-218.5998	4.8350	33.1541	13.1401	15.3120	14.7454	15.0810	12.0564	8.5677	23.9455
69.1446	-35.9960	55.5412	19.1504	26.6614	25.7817	26.2067	60.3309	37.7806	122.9180
38.2817	4.7268	-203.2536	16.0127	19.3340	17.9757	18.5382	15.2852	9.2326	30.5123
11.2615	2.0393	12.1420	-215.5042	57.6389	21.3123	22.1227	12.0013	8.8890	15.6598
14.3081	2.4584	15.4504	62.9093	-246.6716	28.5588	29.1905	10.4984	12.2100	27.3924
16.6047	2.8728	17.5754	28.2043	34.7578	-225.2743	69.7909	17.7540	12.9713	28.4527
13.0079	2.2548	13.8649	22.3486	27.4304	53.4541	-246.0277	12.3497	10.5809	24.0381
10.8598	3.1848	9.2219	12.2000	8.9291	12.0618	10.3751	-275.5274	19.6193	64.1897
10.2748	2.9780	10.9855	13.0350	17.5109	16.3323	17.0457	34.4717	-163.6683	38.8740
18.0705	0.2942	2.3501	0.9176	1.0978	1.0972	1.1362	0.6513	1.2432	0.4725
2.6171	21.7035	2.9552	0.9668	1.7425	1.7817	1.8002	3.0577	2.6541	4.2134
2.5966	0.3695	19.1383	1.1841	1.4498	1.4562	1.5036	1.2128	1.4674	0.6989
0.7856	0.2669	0.9611	18.9836	3.7003	1.7395	1.7991	0.4525	1.3413	0.2017
1.0093	0.2936	1.1583	3.9752	16.9997	2.0865	2.1398	1.0510	1.4112	0.5373
1.1972	0.3519	1.4376	2.2693	2.5409	18.1542	4.5119	1.0037	1.6885	0.5504
0.9639	0.2748	1.1457	1.8036	2.0695	3.5224	17.2422	0.9606	1.3414	0.4662
0.7615	0.1978	0.5913	0.6175	0.8958	0.6356	0.6922	16.6929	0.8264	1.6876
1.4954	0.2463	1.8089	1.9881	2.2198	2.3340	2.3546	2.4484	25.1809	1.4423
1.0102	0.4246	0.7263	0.9915	0.5515	0.8219	0.6320	0.8300	1.0708	15.2132
123.9167	0.2967	2.8135	1.0411	1.2660	1.2633	1.3012	0.9353	1.4931	0.7413
0.2967	101.0262	0.3261	0.2299	0.2658	0.2679	0.2687	0.2795	0.2354	0.3927
2.8135	0.3261	121.5516	1.2216	1.4503	1.4874	1.5211	1.0420	1.6710	0.6883
1.0411	0.2299	1.2216	128.7610	5.1274	2.3406	2.3931	0.7105	1.8836	0.5567
1.2660	0.2658	1.4503	5.1274	123.7097	2.6471	2.7297	1.3049	1.9935	0.5717
1.2633	0.2679	1.4874	2.3406	2.6471	120.9497	4.8907	0.9622	2.0676	0.6511
1.3012	0.2687	1.5211	2.3931	2.7297	4.8907	125.9225	1.1283	2.0784	0.5827
0.9353	0.2795	1.0420	0.7105	1.3049	0.9622	1.1283	127.3065	1.8638	1.6965
1.4931	0.2354	1.6710	1.8836	1.9935	2.0676	2.0784	1.8638	128.8220	1.2495
0.7413	0.3927	0.6883	0.5567	0.5717	0.6511	0.5827	1.6965	1.2495	114.7921

Tabla C.3: Matriz de realimentación K para el caso 3

Caso 4

-701.1582	21.7475	108.9798	40.8447	49.5544	47.6654	48.7390	45.7512	31.9439	70.2161
214.7026	-173.1353	171.8896	73.1753	93.5734	89.8802	91.4828	194.2551	100.6208	333.3709
126.5685	22.4332	-654.8241	50.3470	61.9405	58.7918	60.4037	53.3518	36.0393	88.4592
38.6977	13.2569	41.3106	-686.8762	187.5659	71.2598	73.1266	39.2773	33.4474	53.6514
49.0409	14.9871	52.2462	201.8941	-790.2286	93.2607	95.8293	47.7579	42.8928	77.5849
55.8256	16.8907	59.0601	89.6945	111.4029	-725.8561	224.3995	58.0149	46.7984	86.3730
45.7135	14.4154	48.7120	73.6273	90.9226	175.9604	-784.5516	45.4392	39.6678	70.1124
37.1028	16.6056	34.9849	32.8891	36.8597	37.5635	37.0679	-827.0688	59.6510	142.9744
44.1439	18.8227	45.6920	50.7711	63.5200	60.2487	61.9512	110.0857	-503.2760	116.4720
39.0850	3.2500	8.4896	4.2900	4.8519	4.9047	4.9139	4.0348	4.4643	4.1413
17.9418	50.9381	18.3010	8.5776	11.3778	12.0079	11.5512	16.4521	17.3349	21.7147
9.5281	3.8617	40.4571	5.4903	6.2488	6.2886	6.2899	5.3347	5.3466	5.2944
4.2800	2.4901	4.8133	43.6317	12.6929	7.1274	7.1415	3.7510	4.7602	3.2808
4.9557	2.8258	5.4530	13.1170	37.0249	8.0193	8.0670	4.7419	5.0821	4.6208
5.8138	3.3616	6.4618	8.5354	9.3932	38.3185	14.3135	5.4905	5.9993	4.9305
4.8131	2.7232	5.3598	7.1459	7.9053	12.0208	38.4500	4.5302	5.0669	4.3504
3.4115	2.5858	3.4246	2.9671	3.4448	3.3246	3.4364	35.1516	3.8413	6.6076
6.2488	3.5841	7.0398	7.2704	8.2235	8.4697	8.3717	10.2116	54.5709	7.9629
4.3317	3.8242	3.6703	3.2434	2.7445	3.4401	2.9117	8.2947	3.6485	24.1883
112.3489	3.4105	10.7366	4.6645	5.4562	5.5647	5.5232	4.4558	5.3311	4.7110
3.4105	42.3151	3.5547	2.1371	2.5234	2.6354	2.5504	3.1432	2.9625	4.2021
10.7366	3.5547	105.2821	5.3516	6.2020	6.3641	6.3039	4.8751	5.9292	4.6622
4.6645	2.1371	5.3516	126.4800	17.3554	8.6207	8.5928	3.8585	5.9748	3.3248
5.4562	2.5234	6.2020	17.3554	111.0213	9.8034	9.8092	4.8856	6.6931	4.0638
5.5647	2.6354	6.3641	8.6207	9.8034	102.7167	16.8445	4.7645	6.9972	4.1566
5.5232	2.5504	6.3039	8.5928	9.8092	16.8445	117.7835	4.8433	6.8825	4.0889
4.4558	3.1432	4.8751	3.8585	4.8856	4.7645	4.8433	118.7114	7.7407	10.2681
5.3311	2.9625	5.9292	5.9748	6.6931	6.9972	6.8825	7.7407	123.7477	6.1404
4.7110	4.2021	4.6622	3.3248	4.0638	4.1566	4.0889	10.2681	6.1404	77.5019

Tabla C.4: Matriz de realimentación K para el caso 4

Caso 5

-245.6107	6.4888	33.0825	14.9661	16.8636	16.3521	16.6325	14.0501	10.2279	25.9071
83.2279	-52.3041	69.4750	33.9903	40.6770	40.1292	40.4501	72.3834	51.5889	133.6631
38.5395	6.7023	-230.7477	18.2873	21.1370	19.9049	20.3973	16.6236	11.5648	32.5058
13.2559	3.6831	14.0608	-242.3760	56.6103	22.8658	23.6055	14.3934	10.9266	18.0669
16.1348	4.1991	17.2807	61.7817	-271.1046	29.7013	30.3199	12.1154	14.4342	29.2306
18.7722	4.8983	19.6582	29.9421	35.9118	-250.5077	68.3993	19.7724	15.6280	30.8820
14.7858	3.9404	15.5993	23.8452	28.3572	52.4827	-270.9498	13.7792	12.7454	25.9267
11.8807	4.5537	10.8531	13.7267	10.1507	13.6224	11.9353	-301.7489	21.6563	63.3067
12.8827	5.7754	13.3605	15.8278	19.7810	18.4879	19.1690	35.4626	-194.9624	41.0048
9.6913	0.9780	2.6449	1.5704	1.6938	1.7199	1.7410	1.1929	1.7555	0.9597
6.7435	16.5440	6.9253	2.9003	4.1435	4.4385	4.2918	7.2039	6.8705	8.7927
2.9026	1.1780	10.4469	1.9657	2.1603	2.1773	2.2076	1.8473	2.0496	1.3534
1.4767	0.8716	1.6896	11.0734	3.8865	2.4597	2.5124	1.0915	1.9230	0.6463
1.6650	0.9458	1.8457	4.1077	9.4273	2.6875	2.7221	1.5482	1.9835	1.1093
1.9677	1.1327	2.2244	3.0875	3.2019	10.1392	4.5058	1.7552	2.3102	1.1974
1.5998	0.8998	1.8024	2.5056	2.6426	3.6236	9.6325	1.5297	1.8905	1.0185
1.2054	0.7284	1.0591	1.1582	1.2747	1.1556	1.1417	8.6364	1.2635	2.1296
2.2891	1.1820	2.6491	2.8618	3.1111	3.2448	3.2520	3.4501	15.6198	2.3139
1.5343	1.0986	1.3380	1.5582	1.1443	1.4329	1.2423	1.0041	1.5690	7.5141
61.5337	1.7506	5.8202	2.9970	3.3329	3.3878	3.4132	2.6372	3.5829	2.2472
1.7506	34.9098	1.8088	1.2400	1.3965	1.4470	1.4208	1.6630	1.6126	2.0067
5.8202	1.8088	59.2495	3.3926	3.7336	3.8317	3.8537	2.8760	3.9407	2.3076
2.9970	1.2400	3.3926	68.3848	9.5849	5.4540	5.5133	2.3367	4.2708	1.7351
3.3329	1.3965	3.7336	9.5849	61.3383	5.8178	5.9086	3.0981	4.5266	1.9663
3.3878	1.4470	3.8317	5.4540	5.8178	58.4839	9.0718	2.8180	4.6868	2.1409
3.4132	1.4208	3.8537	5.5133	5.9086	9.0718	64.0308	2.9594	4.6760	2.0058
2.6372	1.6630	2.8760	2.3367	3.0981	2.8180	2.9594	64.2949	4.5886	4.0493
3.5829	1.6126	3.9407	4.2708	4.5266	4.6868	4.6760	4.5886	70.5677	3.3979
2.2472	2.0067	2.3076	1.7351	1.9663	2.1409	2.0058	4.0493	3.3979	50.2770

Tabla C.5: Matriz de realimentación K para el caso 5

Caso 6

-698.7014	21.1633	108.1785	40.9232	49.4765	47.4854	48.6661	45.6295	32.0077	68.4678
215.8858	-168.6607	173.1922	77.0902	96.6970	92.6353	94.6573	194.6287	102.7782	324.1892
125.7941	21.7731	-652.0686	50.2960	61.7440	58.4633	60.1986	53.2599	36.0104	86.6053
38.6576	13.0894	41.1414	-685.9653	186.0015	70.4306	72.3287	39.2134	33.5181	53.9379
48.9431	14.6816	52.0193	200.3860	-787.9454	92.4869	95.1034	48.1171	42.9007	76.5903
55.6175	16.4651	58.6847	88.8352	110.5614	-723.2858	223.2043	58.0450	46.6347	85.4283
45.6224	14.1191	48.4874	72.9186	90.2023	174.8228	-782.5259	45.5367	39.6760	69.2109
37.4116	16.1361	35.2029	33.0489	37.3408	37.7942	37.5175	-820.5983	59.9192	135.4036
44.3605	18.3324	45.7226	50.9928	63.4787	60.0475	61.9182	109.3582	-502.8720	113.8483
37.8916	3.1051	8.1599	4.4606	4.9454	4.9734	5.0020	4.0609	4.6444	4.3701
18.1245	48.0856	18.7196	11.5868	13.6463	14.0844	13.8285	15.8561	19.0848	19.3589
9.1696	3.7111	39.2390	5.6572	6.3303	6.3426	6.3632	5.3775	5.5497	5.5279
4.4109	2.5899	4.9209	42.0699	12.0886	6.9782	6.9937	4.0125	5.0034	3.9142
5.0443	2.8706	5.5134	12.4817	36.0678	7.8342	7.8839	4.9064	5.2641	5.0532
5.8959	3.3807	6.5110	8.3709	9.1852	37.3189	13.7297	5.6466	6.1728	5.3787
4.8895	2.7631	5.4097	7.0119	7.7315	11.5392	37.4056	4.6633	5.2290	4.7764
3.5380	2.4653	3.5248	3.2611	3.6179	3.4780	3.6339	34.0324	3.8064	5.8961
6.4930	3.5758	7.2714	7.6318	8.4595	8.6710	8.6016	9.9890	52.2190	8.0692
4.4774	3.5630	3.7978	3.5841	3.0672	3.6695	3.2192	8.8037	3.7430	22.3253
110.6712	3.2992	10.3771	4.9009	5.6137	5.6990	5.6758	4.5975	5.6253	5.0108
3.2992	41.6996	3.4711	2.4017	2.6959	2.7801	2.7241	2.9975	3.0777	3.8157
10.3771	3.4711	103.7324	5.5686	6.3359	6.4753	6.4327	5.0078	6.2262	4.9217
4.9009	2.4017	5.5686	124.2688	16.6505	8.5284	8.5065	4.2811	6.3952	4.0418
5.6137	2.6959	6.3359	16.6505	109.6681	9.6529	9.6649	5.1459	7.0001	4.5881
5.6990	2.7801	6.4753	8.5284	9.6529	101.4522	16.2613	4.9981	7.2744	4.5977
5.6758	2.7241	6.4327	8.5065	9.6649	16.2613	116.2363	5.1123	7.1848	4.6302
4.5975	2.9975	5.0078	4.2811	5.1459	4.9981	5.1123	116.8587	7.6556	10.0038
5.6253	3.0777	6.2262	6.3952	7.0001	7.2744	7.1848	7.6556	121.0384	6.3238
5.0108	3.8157	4.9217	4.0418	4.5881	4.5977	4.6302	10.0038	6.3238	74.6761

Tabla C.6: Matriz de realimentación K para el caso 6

Caso 7

-205.5493	4.4743	32.8526	12.1761	14.5041	13.8577	14.2956	11.6173	7.9916	19.9577
65.7879	-32.1156	52.6571	21.2043	27.8446	26.4151	27.1547	58.8354	37.1161	103.5564
38.0498	4.2822	-190.0828	14.6781	18.2461	16.6822	17.3672	15.4577	8.2439	26.2276
10.4299	1.7394	11.1555	-203.8445	56.9511	19.9863	20.8283	10.7920	7.4778	14.6111
13.6736	2.1697	14.6608	62.2027	-235.0850	27.4654	28.2045	11.7729	11.0227	23.2357
15.8074	2.4874	16.5169	26.5156	33.4560	-213.4916	69.2478	17.4519	11.5783	25.0292
12.4696	1.9878	13.1352	21.0921	26.4619	52.9679	-234.5320	12.2193	9.6281	20.7868
11.2667	3.1983	9.6320	10.8069	9.7009	11.9307	10.8650	-246.5410	19.9689	44.3829
9.6787	2.7183	10.0121	11.3590	15.8855	14.5719	15.3952	32.7208	-150.1520	33.4731
16.5723	0.3550	1.9941	0.9320	1.0599	1.0513	1.0847	0.5745	1.2917	0.7353
4.1318	20.4266	4.7374	3.9810	4.3588	4.3949	4.4382	3.8676	5.2417	5.0258
2.1976	0.4486	17.4808	1.1867	1.3912	1.3911	1.4289	1.1590	1.5459	0.9719
0.7948	0.3407	0.9602	17.2107	3.0413	1.5109	1.5551	0.5912	1.4052	0.5760
0.9964	0.3707	1.1265	3.2580	15.7077	1.8091	1.8516	1.0395	1.4546	0.8264
1.1860	0.4445	1.4141	1.9786	2.2094	16.7023	3.7869	1.0029	1.7511	0.8668
0.9459	0.3499	1.1176	1.5670	1.7937	2.9592	15.9193	0.8871	1.3832	0.7479
0.8579	0.2598	0.6105	0.7002	0.8240	0.6500	0.7445	14.7572	0.8453	1.4781
1.5647	0.3806	1.8895	2.1232	2.2496	2.3380	2.3456	2.0539	22.2618	1.5927
1.1790	0.5039	0.8685	0.9906	0.7802	0.9342	0.8046	2.3426	1.2133	12.3616
122.0422	0.3980	2.4100	1.0793	1.2573	1.2516	1.2811	0.9777	1.5888	0.9980
0.3980	100.9041	0.4438	0.4062	0.4247	0.4282	0.4306	0.3626	0.4161	0.4664
2.4100	0.4438	119.7640	1.2490	1.4248	1.4664	1.4900	1.0454	1.7886	0.9111
1.0793	0.4062	1.2490	126.2956	4.2692	2.0740	2.1124	0.8914	2.0472	0.8357
1.2573	0.4247	1.4248	4.2692	122.0339	2.3339	2.4018	1.2635	2.0819	0.8788
1.2516	0.4282	1.4664	2.0740	2.3339	119.3625	4.1578	0.9921	2.1480	0.8859
1.2811	0.4306	1.4900	2.1124	2.4018	4.1578	124.0837	1.1385	2.1486	0.8727
0.9777	0.3626	1.0454	0.8914	1.2635	0.9921	1.1385	124.3383	1.7007	2.2712
1.5888	0.4161	1.7886	2.0472	2.0819	2.1480	2.1486	1.7007	125.7043	1.4147
0.9980	0.4664	0.9111	0.8357	0.8788	0.8859	0.8727	2.2712	1.4147	111.9722

Tabla C.7: Matriz de realimentación K para el caso 7

Caso 8

-230.4527	5.8610	33.0131	13.8350	15.9564	15.3562	15.7596	13.7106	9.4370	21.2903
79.4099	-45.7413	65.9087	34.8154	40.8771	39.6453	40.4059	71.3333	50.2264	113.0440
38.5687	5.9379	-215.2688	16.7530	19.9283	18.4838	19.1266	16.7421	10.2856	27.5406
12.2118	3.1372	12.8338	-228.6433	56.3197	21.4265	22.2174	12.8055	9.2177	16.2984
15.2963	3.6327	16.2804	61.5455	-257.8996	28.5959	29.3291	13.2161	12.9458	24.5229
17.7174	4.1895	18.3152	28.1573	34.6230	-236.8926	68.3874	19.3487	13.8399	26.8098
14.0516	3.4010	14.6493	22.4916	27.3920	52.3723	-257.7876	13.6824	11.4851	22.0883
11.9526	4.2783	11.0716	12.0848	10.9200	13.3439	12.1715	-269.7961	21.7208	43.9366
11.9434	5.0728	11.9767	13.5844	17.7424	16.3290	17.1670	34.0974	-178.3297	34.9733
8.4737	0.9120	2.2549	1.5812	1.6436	1.6506	1.6770	1.0896	1.8023	1.1585
7.9148	14.7190	8.4435	7.0918	7.5522	7.6961	7.7016	7.4185	9.8595	7.7855
2.4729	1.1044	9.1314	1.9450	2.0741	2.0687	2.1017	1.7807	2.1062	1.5584
1.4582	0.8831	1.6457	9.4104	3.1360	2.1334	2.1726	1.2301	1.9549	1.1267
1.6232	0.9395	1.7717	3.3013	8.3156	2.3321	2.3585	1.5832	1.9909	1.4112
1.9177	1.1120	2.1421	2.6888	2.7877	8.9350	3.7352	1.7594	2.3190	1.5335
1.5557	0.8955	1.7327	2.1796	2.2955	3.0109	8.4766	1.4695	1.9002	1.3193
1.2928	0.6911	1.0724	1.2408	1.2374	1.1684	1.2163	7.3091	1.2608	1.4749
2.3549	1.1840	2.7008	2.9692	3.0977	3.1895	3.2009	2.9597	12.9641	2.3453
1.6059	0.9976	1.3955	1.5817	1.3313	1.5132	1.3813	2.1282	1.6310	5.6907
58.4370	1.7658	5.0579	3.1728	3.3991	3.4291	3.4622	2.7627	3.9018	2.6567
1.7658	34.3672	1.8645	1.6501	1.7102	1.7381	1.7375	1.6272	1.9034	1.7486
5.0579	1.8645	56.3211	3.5267	3.7513	3.8319	3.8593	2.9537	4.2741	2.6637
3.1728	1.6501	3.5267	64.0934	7.9740	4.9544	5.0019	2.8052	4.7271	2.5392
3.3991	1.7102	3.7513	7.9740	58.6046	5.2489	5.3268	3.2359	4.8122	2.6312
3.4291	1.7381	3.8319	4.9544	5.2489	55.9120	7.7372	2.9927	4.9330	2.6733
3.4622	1.7375	3.8593	5.0019	5.3268	7.7372	60.9893	3.1456	4.9350	2.6567
2.7627	1.6272	2.9537	2.8052	3.2359	2.9927	3.1456	60.1810	4.3011	4.2477
3.9018	1.9034	4.2741	4.7271	4.8122	4.9330	4.9350	4.3011	65.1792	3.6164
2.6567	1.7486	2.6637	2.5392	2.6312	2.6733	2.6567	4.2477	3.6164	45.9265

Tabla C.8: Matriz de realimentación K para el caso 8

Caso 9

-203.4862	4.4112	67.6315	5.1919	9.3639	7.1328	10.0564	19.3026	3.3951	-7.9434
66.1901	-48.6501	120.2278	33.3609	42.1485	39.9726	40.6302	78.1916	43.9315	118.3614
105.7456	9.6826	-310.2576	26.8138	24.8439	26.9726	25.9440	-8.3822	23.1064	23.8068
-0.0685	3.1112	20.4544	-229.0643	56.9707	20.5731	21.2129	15.0147	8.6609	17.0870
6.5079	3.7385	19.5766	62.3664	-257.4922	28.2305	28.6266	13.5122	12.7269	25.6531
1.7747	4.2825	28.2574	27.0506	34.3290	-237.2985	68.4872	21.9739	13.0379	29.0105
4.0794	3.4842	20.9847	21.4168	26.8382	52.4044	-257.3883	15.1637	10.6268	23.4269
25.0840	4.5720	-9.6479	13.6631	10.7509	13.8572	12.3766	-269.0110	22.4293	46.5053
-4.2354	4.8530	21.8760	12.5415	17.0289	15.0955	15.7221	35.1830	-181.7002	38.7141
5.4023	0.0753	-4.0590	2.1553	1.4826	2.3026	2.1889	-2.4180	2.8379	-1.1308
-3.1500	20.1466	11.6867	7.9839	8.7492	8.9580	8.9455	10.1816	10.9573	10.5712
5.8533	1.1682	15.7562	1.9653	2.6815	1.9939	2.1128	4.5366	2.5845	3.3457
-0.1500	0.9493	1.9183	9.1233	2.9078	1.8911	1.9327	1.1194	1.4908	0.9856
0.2983	1.0230	2.1430	3.0896	8.1431	2.0964	2.1170	1.5676	1.5641	1.3995
-0.4167	1.1947	2.9247	2.3464	2.5343	8.7071	3.5298	1.9456	1.7946	1.5489
-0.2471	0.9685	2.3571	1.8992	2.0987	2.8484	8.3299	1.5642	1.4788	1.3384
2.1243	0.8885	1.6365	0.9738	1.0924	0.8007	0.9029	7.4293	1.0579	1.6059
-0.6403	1.3869	2.4339	2.3129	2.4927	2.6176	2.6276	2.7371	11.9853	2.1577
2.9042	1.2550	1.2666	1.3711	1.0719	1.1503	1.0093	2.3379	1.3269	5.9145
50.5045	-0.5154	0.7185	2.2269	2.0352	2.3145	2.1474	-0.0641	2.7098	1.2049
-0.5154	35.6861	1.8443	1.8769	1.9635	1.9921	1.9891	2.1945	2.3687	2.3430
0.7185	1.8443	69.7134	3.6178	4.5071	4.2337	4.3694	6.2746	4.1618	4.1927
2.2269	1.8769	3.6178	63.5347	7.5976	4.4534	4.4925	2.3233	3.7105	2.2123
2.0352	1.9635	4.5071	7.5976	58.3353	4.8364	4.9128	3.0375	3.8937	2.4177
2.3145	1.9921	4.2337	4.4534	4.8364	55.6000	7.4815	2.6679	4.0326	2.3915
2.1474	1.9891	4.3694	4.4925	4.9128	7.4815	60.7798	2.8457	4.0344	2.3866
-0.0641	2.1945	6.2746	2.3233	3.0375	2.6679	2.8457	60.4152	3.8936	4.6315
2.7098	2.3687	4.1618	3.7105	3.8937	4.0326	4.0344	3.8936	63.4809	3.2384
1.2049	2.3430	4.1927	2.2123	2.4177	2.3915	2.3866	4.6315	3.2384	46.4300

Tabla C.9: Matriz de realimentación K para el caso 9

Caso 10

-230.5932	5.9269	33.5031	14.4946	16.9707	16.3474	16.7671	12.3719	7.5355	20.3673
79.9129	-45.6482	66.5328	36.1029	41.8220	40.7311	41.3506	69.8232	46.0257	111.7196
39.1456	6.0323	-215.0816	17.6631	21.2948	19.9111	20.5490	14.6100	7.7358	26.1717
12.7617	3.2814	13.4436	-227.2771	58.5965	23.4332	24.2387	10.4023	4.9220	14.7627
16.2162	3.7686	17.3237	64.0173	-255.3225	31.3735	32.1731	10.2582	6.4124	22.3315
18.7284	4.3649	19.5479	30.7454	37.9153	-234.1198	71.8798	15.2597	6.7291	24.2628
14.8651	3.5318	15.6205	24.5126	30.0253	55.0835	-255.4066	10.7172	5.6755	20.0667
10.9624	4.1487	9.7351	9.7122	8.4852	10.5138	9.5204	-267.7831	28.8647	46.3855
9.8966	4.5122	9.6738	7.2348	9.2051	8.4514	8.8487	45.3737	-160.2737	41.1634
8.5240	0.9193	2.3320	1.7370	1.7923	1.8124	1.8370	1.0007	1.4380	1.1197
7.8174	14.6737	8.3308	6.9795	7.4218	7.5565	7.5628	7.4192	10.2269	7.7648
2.5629	1.1153	9.2207	2.1618	2.2739	2.2842	2.3142	1.6734	1.6297	1.5148
1.5802	0.9003	1.7752	9.6524	3.3888	2.3848	2.4289	1.1846	1.5743	1.1170
1.7458	0.9608	1.9077	3.5709	8.5669	2.6055	2.6278	1.4618	1.5875	1.3663
2.0458	1.1391	2.2794	2.9932	3.0839	9.2318	4.0497	1.6549	1.8775	1.5008
1.6652	0.9166	1.8522	2.4295	2.5462	3.2724	8.7323	1.3660	1.5233	1.2817
1.2560	0.6705	1.0478	1.1478	1.1709	1.1075	1.1547	7.2858	1.0555	1.4521
1.9965	1.1074	2.3147	2.2292	2.3569	2.4146	2.4232	3.1095	14.1581	2.3582
1.5909	0.9803	1.3855	1.5292	1.3144	1.4835	1.3616	2.0142	1.4913	5.6351
58.5375	1.7615	5.2297	3.4807	3.6963	3.7273	3.7628	2.6178	3.1276	2.5992
1.7615	34.3570	1.8592	1.6476	1.7119	1.7395	1.7398	1.6107	1.8987	1.7379
5.2297	1.8592	56.4846	3.8789	4.0917	4.1659	4.1980	2.8253	3.4052	2.6121
3.4807	1.6476	3.8789	64.6451	8.5753	5.5394	5.5961	2.6183	3.5009	2.4713
3.6963	1.7119	4.0917	8.5753	59.1648	5.8480	5.9320	2.9847	3.5602	2.5474
3.7273	1.7395	4.1659	5.5394	5.8480	56.4819	8.3613	2.7971	3.6602	2.6007
3.7628	1.7398	4.1980	5.5961	5.9320	8.3613	61.5994	2.9193	3.6517	2.5766
2.6178	1.6107	2.8253	2.6183	2.9847	2.7971	2.9193	60.1728	4.2485	4.1344
3.1276	1.8987	3.4052	3.5009	3.5602	3.6602	3.6517	4.2485	68.0016	3.5819
2.5992	1.7379	2.6121	2.4713	2.5474	2.6007	2.5766	4.1344	3.5819	45.8294

Tabla C.10: Matriz de realimentación K para el caso 10

Bibliografía

- [1] (2012) Restablecimiento de sistemas de potencia. XM S.A. E.S.P. [Online]. Available: http://www.xm.com.co/memoriascapitacionemsa/restablecimiento/restablecimiento_emsa.pdf
- [2] A. Chakrabortty and P. Khargonekar, “Introduction to wide-area control of power systems,” in *American Control Conference (ACC)*, 2013, June 2013, pp. 6758–6770.
- [3] A. Masoum and A. Nejatian, “Power system management using wide area network digital control,” in *Power Engineering Conference (AUPEC)*, 2014 *Australasian Universities*, Sept 2014, pp. 1–4.
- [4] F. Lian, A. Duel-Hallen, and A. Chakrabortty, “Cost allocation strategies for wide-area control of power systems using nash bargaining solution,” in *Decision and Control (CDC)*, 2014 *IEEE 53rd Annual Conference on*, Dec 2014, pp. 1701–1706.
- [5] F. Dorier, M. Jovanovic, M. Chertkov, and F. Bullo, “Sparsity-promoting optimal wide-area control of power networks,” *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 29, no. 5, pp. 2281–2291, Sept 2014.
- [6] C. Lu, X. Zhang, X. Wang, and Y. Han, “Mathematical expectation modeling of wide-area controlled power systems with stochastic time delay,” *Smart Grid, IEEE Transactions on*, vol. 6, no. 3, pp. 1511–1519, May 2015.
- [7] W. Allen, “Effects of wide-area control on the protection and operation of distribution networks,” in *Power Systems Conference, 2009. PSC 09.*, March 2009, pp. 1–10.
- [8] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, 1st ed., ser. Epri Power System Engineering Series. McGraw-Hill Education, 1994.
- [9] D. J. B. Jan Machowski, Janusz Bialek, *Power System Dynamics: Stability and Control*, 2nd ed. John Wiley & Sons, Inc., 2008.

- [10] V. G. D. N. D. K. M. K. David G. Hart, David Uy, “Unidades pmu supervisi las redes elricas: un nuevo enfoque,” 2003.
- [11] J. B. Moore, *Linear Optimal Control*, ser. Prentice-Hall networks series. Prentice Hall, April 1971.
- [12] J. P. Hespanha, “Undergraduate lecture notes on lqg/lqr controller design,” 2007.